
NOTES D'ÉTUDES

ET DE RECHERCHE

**LE CONTRAT NOTIONNEL :
EFFICIENCE ET CAUSALITE**

Bernard Bensaid et Michel Boutillier

Juillet 1997

NER # 44



**LE CONTRAT NOTIONNEL :
EFFICIENCE ET CAUSALITE**

Bernard Bensaid et Michel Boutillier

Juillet 1997

NER # 44

Les Notes d'Études et de Recherche reflètent les idées personnelles de leurs auteurs et n'expriment pas nécessairement la position de la Banque de France.

This document is available on the Banque de France Website « www.banque-france.fr ».

Le Contrat Notionnel : Efficience et Causalité*

Bernard Bensaid[†] et Michel Boutillier[‡]

Octobre 1994, révisé en Septembre 1996

Résumé

Cette étude porte sur le fonctionnement d'ensemble du Matif depuis sa création soit depuis 10 ans. Trois questions principales sont examinées : (1) a-t-on observé des inefficiences sur le marché à terme au sens de la théorie de l'efficience? (2) a-t-il existé des opportunités d'arbitrages entre marché au comptant et marché à terme? (3) l'un de ces deux marchés a-t-il joué un rôle de "leader" par rapport à l'autre? Les tests économétriques sur données quotidiennes apportent globalement une réponse négative à ces questions. Si l'existence d'opportunités d'arbitrage entre marché au comptant et marché à terme a été décelée sur la période allant de décembre 86 à juin 90, certaines particularités institutionnelles du fonctionnement du marché au comptant (quasi-absence d'un marché de prêt de titres) peuvent l'expliquer. Les deux tests mis en œuvre sur l'hypothèse d'anticipations rationnelles aboutissent à la même conclusion selon laquelle cette hypothèse ne peut être rejetée pour le marché à terme. Enfin l'étude de la causalité menée sur des échantillons glissants de données journalières souligne la forte interaction instantanée entre le marché au comptant et le marché à terme. En ce qui concerne la causalité retardée, on constate une prééminence certaine du marché à terme sur la période qui va du début de 1990 à la mi -1993 et qui coïncide avec une relative stabilité des prix à terme. Ces résultats confirment la thèse selon laquelle les informations nouvelles importantes sont intégrées simultanément (au niveau de journée) sur le marché à terme et le marché au comptant. Par contre celles dont l'importance est moindre sont traitées en priorité sur le marché à terme avant de l'être sur le marché au comptant.

Abstract

The main topic of this paper is about the overall functioning of the french futures bonds market. Three mains questions are asked : (1) Is the futures market inefficient? (2) Is there any free lunch between the future market and the spot market? (3) Does one of these markets play a leader role? Econometric tests give globally an negative answer to all these three questions. The arbitrage's opportunities which have been detected in the period 86.12-90.06 can be explained by the restrictions to sell-short bonds in the french cash market. The two tests on the rationality of the expectations which have been undertaken (a times series test and a panel data test) yield the same conclusion : one cannot reject the assumption that the market is efficient. Finally, tests of causality between the future market and the cash market on daily data shows strong instantaneous

*Cette étude a bénéficié des commentaires éclairés de J. Cordier, H. Pagès et M. C. Pichery. Nous souhaitons remercier V. Brunhes et A. C. Chavy-Martin pour leur assistance informatique. Nous remercions également D. Durand pour les données sur le marché monétaire. Enfin, cette étude n'aurait pas pu se réaliser sans la contribution active de P. Sicsic dans la mise en forme des données.
Correspondance à Bernard Bensaid, Banque de France, DGE-DEER-CR, 31, Rue Croix des Petits Champs, BP 140-01, 75049 Paris Cedex 01, email : bensaid@univ-paris1.fr

[†]Banque de France, Centre de Recherche et Université Paris 1, CEME et CERSERM

[‡]Université d'Evry - Val d'Essonne, EPEE et Banque de France, SEMEF

correlation between them. Concerning delayed causality, the future market have played a leader role during the period 90.01-93.06 during which one has observed an overall stability of the futures prices.

Mots clés : Marchés à terme, Efficience, Causalité

Keys words : Futures markets, Efficiency, Causality

Classification du JEL : 024, 026, 312, 313

1 Introduction

En février 1996, le Matif, le marché à terme des obligations de l'Etat français a fêté son dixième anniversaire. Pendant ces dix ans, ce marché s'est forgé une solide expérience. En effet, au bout seulement d'un an et demi d'existence, il est emporté en octobre 1987 par le second krach du siècle, mais se rétablit dès le début de l'année 1988 après une courte convalescence. Il connaît ensuite de sérieuses alertes en 1989, avec l'effondrement du bloc soviétique, en 1990 avec la guerre du Golfe, en septembre 1991 avec le mini krach et au début de l'année 1994 avec le resserrement inattendu de la politique monétaire américaine. Malgré ces événements exceptionnels, le marché a bien résisté et son développement a été admirable. Aux quelques milliers de lots traités quotidiennement à son ouverture, ont rapidement succédé quelques dizaines de milliers de lots les premiers mois puis plusieurs centaines de milliers de lots ensuite, soit plusieurs fois le déficit budgétaire de 1996. Aujourd'hui cette croissance s'est stabilisée à un niveau élevé même si les volumes ont connu un certain recul récemment. Tout ceci fait du Matif un marché qui a atteint sa maturité et il semble par conséquent légitime d'essayer de dresser un premier bilan. C'est l'objet essentiel de ce papier qui pose la question du bon fonctionnement du marché à terme depuis sa création en février 1986.

Mais que signifie au juste que le marché à terme fonctionne bien ? Pour répondre à cette question, il faut au préalable expliquer pourquoi le marché à terme existe. En pratique, le contrat à terme "Notionnel" du MATIF offre l'opportunité de se couvrir contre les fluctuations des taux d'intérêt à long terme. Pourtant, même en l'absence d'un marché à terme, tout opérateur peut figer les conditions d'une émission ou d'un placement futur. Ainsi, un taux d'émission futur certain peut être obtenu en empruntant à long terme et en plaçant le produit de l'émission jusqu'à la date d'usage effective. Dans ces conditions, l'existence du marché à terme paraît redondante à l'économiste qui conclut qu'en absence d'imperfections sur le marché au comptant,¹ l'introduction d'un marché à terme n'a aucun effet. Ce dernier reflète strictement le marché au comptant et réciproquement. Ils fonctionnent à l'identique et à l'extrême, le marché à terme n'a pas de raison d'être.

Par conséquent, l'existence du marché à terme s'explique par l'existence d'imperfections, c'est à dire par l'existence de coûts de transaction en général. Par coûts de transaction, on entend aussi bien les coûts d'intermédiation financière que les coûts d'accès au marché. En effet l'accès au marché comptant exige des liquidités (prêteur) ou des garanties (emprunteur) que tous les agents économiques ne peuvent fournir. De même, la rationalité limitée de certains acteurs peut empêcher la reproduction d'un contrat à terme à partir du marché au comptant. L'ouverture d'un marché à terme, dans la mesure où il soulage toutes ces contraintes, permet à de nouveaux agents de participer aux échanges et/ou autorise des échanges plus importants. Le succès du marché à terme est alors d'autant plus important qu'il permet une réduction importante de ces coûts de transaction.

Comment alors imaginer le fonctionnement simultané d'un marché au comptant où les coûts de transaction sont élevés et d'un marché à terme où les coûts de transaction sont plus réduits ?² Deux scénarios au moins sont possibles. Le premier scénario

¹L'existence de contraintes d'endettement, de coûts de transactions, d'"insider trading" ou l'impossibilité de vendre à découvert constituent des exemples d'imperfections financières.

²L'effet de levier sur le MATIF est de 25 fois la mise de fonds tandis que les coûts de transaction

est un scénario “optimiste” où la présence du marché à terme est bénéfique : il stabilise le marché au comptant et concourt à augmenter l’efficacité des prix. En effet, les coûts de transaction sur le marché à terme étant moindres, un plus grand nombre d’informations nouvelles sont intégrées sur le marché à terme dont le prix reflète mieux toutes les informations disponibles sur le marché. Ces informations sont ensuite intégrées sur le marché au comptant soit directement parce que leur importance justifie que des transactions sur le marché au comptant aient lieu soit indirectement par le canal des arbitrages entre prix à terme et prix au comptant. Dans ce cas, le marché à terme peut jouer un rôle de leader par rapport au marché au comptant dans les situations où les informations sont de moindre importance. Ceci revient à dire que le marché à terme est “leader” par rapport au marché au comptant dans les situations où les variations de prix sont relativement faibles.

Mais on peut également imaginer un deuxième scénario, moins optimiste où le marché à terme déstabilise le marché au comptant, l’existence par exemple de bulles spéculatives irrationnelles étant justement facilitée par le fait que les coûts de transaction y sont plus faibles. Dans ce cas, on devrait observer de nombreux dysfonctionnements sur les deux marchés : existence durable d’opportunité d’arbitrage, pas de marché leader ou rôle de leader alternant entre les deux marchés, inefficacité durable de l’un ou l’autre des deux marchés. Il faut alors noter que même si l’on est tenté d’incriminer le marché à terme, la présence d’éventuels dysfonctionnements ne prouve pas de manière formelle la responsabilité d’un marché par rapport à l’autre dans le développement de tels mouvements.

Lequel de ces deux scénarios décrit le mieux le fonctionnement du Matif depuis sa création ? Les études empiriques menées sur ces sujets sont aujourd’hui encore rares et très parcellaires. Concernant la question du marché “leader”, Artus (1988) a montré avec des données journalières concernant l’automne 1987 qu’on ne peut rejeter l’hypothèse que le marché à terme soit “leader” par rapport au comptant. Mais il n’a pas non plus rejeté l’hypothèse inverse selon laquelle le marché au comptant dirige le marché à terme. Avouyi-Dovi, Lai-Tong et Leroux (1993a) puis Beau (1994) ont étudiés le problème de l’efficacité au sens faible du marché à terme. Avouyi et al. (1993a) semble conclure pour une marche au hasard pour l’année 1991. Sur la période novembre 1993 - avril 1994, Beau met en évidence un phénomène d’autocorrélations des prix à terme pour cette courte période. Enfin, Avouyi-Dovi, Lai-Tong et Leroux (1993b) abordent le problème de l’efficacité au sens fort du Matif en prenant en compte des données de volume. Leur étude conduit à une efficacité au sens fort du Matif.

Notre travail, qui s’inscrit dans cette ligne, se propose de reprendre ces questions avec le bénéfice d’une vue globale sur les 10 années de fonctionnement du Matif. Plus précisément, nous nous attachons à donner des réponses aux questions suivantes.

La première question porte sur l’efficacité des marchés financiers. Existe-t-il ou a-t-il existé des opportunités d’arbitrage entre le marché à terme et le marché au comptant ? Pour répondre à cette question, on examine la base théorique c’est à dire la différence entre prix à terme et prix au comptant sur des données journalières et on rapporte cette différence à d’éventuels coûts de transaction qu’auraient eu à supporter les arbitragistes.³ Dans un deuxième temps, on procède à un test d’exogénéité faible

proprement dits sont au moins 10 fois plus faibles que sur le marché au comptant.

³Même si l’hypothèse d’absence d’opportunité d’arbitrage peut être rejetée, il faut être prudent dans les conclusions. Certains arbitrages sont rendus impossibles suite à l’existence de contraintes

pour identifier sur quel marché se résorbe les opportunités et à quelle vitesse

La deuxième question porte sur le caractère rationnel des anticipations des acteurs du marché. En d'autres termes, le prix à terme est-il un prédicteur efficace du prix au comptant futur ? Plusieurs tests de l'hypothèse d'anticipations rationnelles sont menés à cet effet dont en particulier la recherche d'une relation de cointégration entre prix à terme et prix au comptant futur. La réponse à cette question devrait également nous permettre de déterminer si le marché à terme a amélioré ou détérioré la rationalité des anticipations des agents autrement dit, s'il a participé à l'accroissement de mouvements mimétiques infondés souvent observés sur les marchés financiers et sources de fortes instabilités ?

La dernière question porte sur la manière dont les informations nouvelles sont transmises au marché. Cette information passerait-elle d'abord par le marché au comptant puis serait ensuite retransmise au marché à terme ou est-ce le contraire ? Des tests de causalité instantanée et retardée sont mis en oeuvre sur données journalières pour y répondre. Même si pour les opérateurs du MATIF, la réponse semble évidente, il convient d'établir sur la base des données historiques l'ordre de préséance des marchés. Si de bonnes raisons semblent justifier cet ordre ("coûts de transaction" plus faibles et effets de levier plus importants sur le marché à terme), des tests économétriques de causalité sont mis en oeuvre pour vérifier cette hypothèse. Bien qu'une telle hypothèse ne puisse être vérifiée convenablement qu'en disposant de données infra-quotidiennes, il est toutefois possible, dans un premier temps, d'appliquer de telles méthodes sur des données journalières. Il faut noter également ici, que même si le marché à terme est "leader" par rapport au marché comptant, on ne peut pas conclure que ce marché est déstabilisant ou plus propice à la formation de bulles. On peut seulement affirmer que l'information s'y traite plus rapidement.

Cette étude est organisée de la manière suivante. La section 2 fait un rappel des règles de fonctionnement du marché à terme. La section 3 traite des questions relatives aux données. On présente et on justifie la construction des séries qui sont utilisées dans la suite de l'étude. La section 4 décrit les trois catégories de tests qui sont mis en oeuvre dans l'étude et les résultats obtenus. La section 5 conclut.

2 Fonctionnement du marché à terme

Le contrat NNN coté sur le Matif est un contrat à terme sur une obligation de l'Etat français qui n'existe pas : le notionnel. Cet emprunt fictif a des caractéristiques très simples. Son coupon est de 10% et sa durée de vie est de 10 ans à partir de l'échéance du contrat à terme.⁴ Il existe donc autant d'obligations notionnelles que d'échéances à terme. Ces échéances sont généralement les quatre échéances trimestrielles les plus proches (mars, juin, septembre et décembre) et chacune d'entre elles possède un prix différent. Dans la suite de l'étude, on notera F_t^T le prix à terme du notionnel d'échéance T coté à la date t .

Comme l'emprunt notionnel n'existe pas, l'organisme de compensation du marché à terme, Matif SA, communique pour chaque échéance du contrat, la liste du gisement, institutionnelles sur le marché au comptant (par exemple, absence d'un marché du prêt de titres au début de la période).

⁴Ceci signifie que si le taux actuariel des emprunts d'Etat est de 10% le jour de l'échéance du contrat, le contrat à terme cote 100 le jour de son échéance et que sa sensibilité est de 6,5. A un taux actuariel de 5,5% correspond un prix de 134 et une sensibilité de 9.

c'est à dire la liste des emprunts livrables en substitution du notionnel pour chaque échéance. Conventionnellement, seuls les emprunts d'Etat ayant une durée de vie supérieure à 7 ans peuvent éventuellement appartenir au gisement.⁵

2.1 L'obligation la moins chère à livrer

N'importe quel titre du gisement peut être livré à l'échéance d'un contrat à terme. C'est le vendeur du contrat à terme qui a le choix du titre.⁶ Ces titres ont pourtant des prix différents au moment de la livraison. Quelle est la somme que perçoit le vendeur à terme lorsqu'il livre un emprunt donné du gisement en lieu et place du notionnel à l'échéance d'un contrat à terme ? Pour calculer ce montant, des facteurs de concordance sont définis entre le prix du notionnel et le prix de livraison des emprunts figurant au gisement. Ces facteurs de concordance sont calculés de manière à permettre une équivalence approximative entre deux titres d'Etat qui diffèrent par leur durée et par leur coupon. Formellement, le facteur de concordance est égal au rapport des valeurs actualisées du titre i appartenant au gisement et de l'emprunt notionnel n le jour de l'échéance du contrat à terme avec un taux d'actualisation égal au taux d'intérêt nominal du notionnel. Le facteur de concordance θ_T^i du titre i pour l'échéance T est donc défini par :

$$\theta_T^i = \frac{V(i, 10\%, T) - cc_T^i}{V(n, 10\%, T) - cc_T^n} = V(i, 10\%, T) - cc_T^i, \quad (1)$$

où $V(i, 10\%, T)$ est la valeur actualisée des flux du titre i au taux de 10% le jour de l'échéance du contrat à terme et cc_T^i le coupon couru du titre i le jour de l'échéance.⁷ Matif SA communique également à ses adhérents outre la liste des emprunts du gisement pour une échéance donnée, leurs coupons courus et leurs facteurs de concordance. Les prix de livraison des différents emprunts du gisement le jour de l'échéance se calculent alors selon la formule :

$$\text{prix de livraison de l'emprunt } i = \theta_T^i \cdot F_T^T + cc_T^i \quad (2)$$

où F_T^T le prix à terme du contrat le jour de l'échéance T . Ainsi, un achat à terme à la date t au prix F_t^T matérialisé par la livraison du titre i à la date T donne lieu à un montant dû au vendeur à terme est égal à :

$$\theta^i \cdot F_T^T + cc_T^i + (F_t^T - F_T^T) = F_t^T + (\theta_T^i - 1) \cdot F_T^T + cc_T^i. \quad (3)$$

En premier lieu, remarquons que si le titre notionnel pouvait être livré, son facteur de concordance étant égal à un, son coupon couru étant nul, le prix acquitté par l'acheteur serait effectivement F_t^T . En deuxième lieu, remarquons que, ni F_t^T , ni i n'étant pas connu à la date t , l'acheteur à terme fait face à une incertitude sur le montant dû à l'échéance. Pour comprendre l'origine de cette incertitude, il faut rappeler que les règles de fonctionnement du marché à terme donne au vendeur à terme le choix de l'obligation à livrer. Etant donné le prix du titre i ($P_T^i + cc_T^i$), le

⁵L'annexe 1 reprend la liste des emprunts qui ont appartenu au gisement à un moment ou à un autre. Cette liste comprend 25 emprunts différents. Un nombre limité d'entre eux compris entre 4 et 8 étaient admissibles à la livraison pour une échéance donnée.

⁶Ce choix qui est ouvert au vendeur est appelé option de qualité dans la littérature.

⁷Par définition, nous avons pour l'emprunt notionnel : $V(n, 10\%, T) = 1$ et $cc_T^n = 0$. Par conséquent, le facteur de concordance de l'emprunt notionnel avec lui même est égal à l'unité ($\theta_T^n = 1$).

vendeur à terme à intérêt à livrer le titre qui maximise la différence entre son prix de livraison donné par (2) et son prix au comptant soit :

$$\theta_T^i \cdot F_T^T + cc_T^i - (P_T^i + cc_T^i) = \theta_T^i \cdot F_T^T - P_T^i.$$

Ce titre, appelé obligation la moins chère à livrer (OMCL) et noté $j^*(T)$ n'est connu qu'à l'échéance du contrat puisque sa détermination nécessite la connaissance du prix à terme et des prix au comptant en T. En l'absence d'opportunité d'arbitrage et de coûts de transaction, le gain d'une livraison immédiate doit être négatif ou nul pour le vendeur, ce qui implique :

$$\forall i, \theta_T^i \cdot F_T^T - P_T^i \leq 0.$$

De manière symétrique, le gain d'un achat à terme à l'échéance doit être négatif ou nul :

$$P_T^{j^*(T)} - \theta_T^{j^*(T)} \cdot F_T^T \leq 0$$

(l'acheteur à terme est livré du titre $j^*(T)$). En combinant les deux relations précédentes, on trouve que

$$F_T^T = P_T^{j^*(T)} / \theta_T^{j^*(T)}.$$

A l'échéance, le prix à terme du notionnel coïncide avec le prix au comptant de l'obligation la moins chère à livrer ajusté de son facteur de concordance. Tout se passe donc comme si le contrat à terme était un contrat à terme sur l'obligation la moins chère à livrer, la difficulté provenant du fait que les acteurs du marché ne prennent connaissance de cette obligation qu'à l'échéance du contrat à terme. Il est néanmoins possible de prévoir de manière relativement fiable le titre qui sera l'obligation la moins chère à livrer pour une échéance donnée. Dans l'annexe, nous prouvons que c'est l'obligation du gisement la moins sensible (resp. la plus sensible) si le taux à long terme est inférieur (resp. supérieur) au taux de coupon du notionnel i.e. à 10% au moment de la livraison.⁸ Faute de pouvoir prédire parfaitement l'OMCL, les participants au marché à terme reportent leurs intérêts sur le titre qui maximise une opération de portage qui donne un rendement certain. La détermination de ce titre appelé obligation la moins chère à porter (OMCP) est décrite dans la section suivante.

2.2 L'opération de "Cash and Carry"

Une des opérations les plus couramment effectuées par les arbitragistes sur le marché au comptant et sur le marché à terme est appelée "cash and carry". Cette opération consiste à simultanément acquérir des emprunts d'Etat sur le marché au comptant et à vendre des contrats sur le marché à terme. Cette opération, lorsqu'elle s'effectue sur un nombre adéquat de contrats à terme permet de dégager une rentabilité certaine qui peut alors être comparée au taux d'intérêt sans risque correspondant. Formellement, l'opération se fait en deux temps :

- Achat à la date t d'un titre de l'obligation i et vente de θ_T^i contrats à terme (coût de financement $P_t^i + cc_t^i$)

⁸Ce dernier point explique pourquoi dans la période récente, l'obligation la moins chère à livrer a si souvent coïncidé avec le premier titre à sortir du gisement.

- A la date T , rachat de $\theta_T^i - 1$ contrats à terme et livraison du titre i (revenu associé $\theta_T^i F_t^T + cc_T^i$).

Le rendement sur fonds propres de cette opération noté $\rho^i(t, T)$ vaut :

$$\rho^i(t, T) = \frac{360}{T-t} \frac{\theta_T^i F_t^T - P_t^i + cc_T^i - cc_t^i}{P_t^i + cc_t^i} \quad (4)$$

où P_t^i représente le prix du titre i à la date t .⁹ On peut alors facilement déterminer l'obligation qui maximise ce rendement pour une échéance donnée (T) à une date donnée (t). Ce titre qui dépend de la date considérée et du terme envisagé est appelé obligation la moins chère à porter (OMCP) et noté $i^*(t, T)$.

Le rendement de l'opération de portage sur ce titre doit être comparé avec le taux d'intérêt à la date t pour le terme T qui sera noté $r(t, T)$. En l'absence d'opportunité d'arbitrage, ces deux taux doivent coïncider. Cette remarque nous permet de construire une valeur théorique du contrat à terme pour laquelle le rendement de l'opération de portage précédente coïncide avec le taux de marché de même maturité. Ce prix théorique noté G_t^T est donné par l'équation précédente :

$$G_t^T = \frac{1}{\theta_T^{i^*(t, T)}} \left(\left(1 + r(t, T) \frac{T-t}{360}\right) (P_t^{i^*(t, T)} + cc_t^{i^*(t, T)}) - cc_T^{i^*(t, T)} \right) \quad (5)$$

Pour obtenir G_t^T , il suffit d'inverser l'équation (4) et de remplacer le rendement $\rho^i(t, T)$ par le taux d'intérêt sans risque de même durée soit $r(t, T)$.

Après cette présentation succincte du fonctionnement du marché à terme, nous passons à présent à celle des données utilisées pour l'étude.

3 Les données

La mise en |uvre de l'étude nécessite l'obtention de données provenant de trois marchés différents : le marché à terme, le marché obligataire et le marché monétaire. Plusieurs sources ont été utilisées pour obtenir ces données :

(1) MATIF S.A. en ce qui concerne les cotations et les transactions sur le marché à terme depuis sa création, le 20 février 1986 jusqu'au 28 juin 1996 (date de fin de l'étude) soit au total 2583 cotations (aucune donnée manquante)

(2) FININFO S.A. en ce qui concerne les emprunts obligataires ayant appartenu au gisement au moins une fois depuis le 24 juin 1986 jusqu'au 28 juin 1996 soit au total 2499 cotations (aucune donnée manquante)

(3) la Direction des Marchés de Capitaux de la Banque de France pour les différents taux d'intérêt observés sur le marché monétaire (TMP, TIOP 1 mois, TIOP 3 mois, TIOP 6 mois et TIOP 1 an) depuis le 29 décembre 1986 (ce chiffre est à corriger) jusqu'au 28 juin 1996 (118 données manquantes sur un total de 2385 entrées).

Une grande partie du travail préparatoire sur les données à consisté à obtenir des séries homogènes de prix sur toute la période d'intérêt (février 1986 à juin 1996) à partir de séries de prix portant sur des contrats à terme d'échéances différentes et sur différents emprunts du gisement. Le principe de notre construction s'est fondé

⁹Dans cette expression, s'il y a détachement du coupon entre t et T , cc_T^i dénote le coupon du titre i augmenté du coupon couru à la date T . On divise par 360 pour avoir un taux monétaire.

sur l'observation du contrat à terme le plus traité et de l'emprunt du gisement qui maximise le rendement de l'opération de "cash and carry" (obligation la moins chère à porter, voir section précédente). Le reste du travail préparatoire a concerné les séries de prix du marché monétaire qui souffraient de nombreuses données manquantes et qui ont dues être réorganisées en une structure par terme continue des taux d'intérêt.

Dans cette section, nous décrivons en détail le travail préparatoire sur les données qui a été effectué (1) sur le marché à terme, (2) sur le marché monétaire et (3) sur le marché au comptant.

3.1 Marché à terme

Notre échantillon sur le marché à terme comporte 44 contrats (mars 86, juin 86, septembre 86, décembre 86, mars 87, ..., décembre 1996) dont seulement 42 sont arrivés à échéance le 28 juin 1996 (date de fin de notre échantillon). Sur le marché à terme, quatre contrats sont cotés en permanence dont un seul est traité activement. Les autres contrats font l'objet d'échanges sur la base de la différence de leur prix avec celui du contrat le plus traité (cette différence de prix est appelé "spread"). En général, le contrat le plus traité est celui dont l'échéance est la plus proche sauf dans les derniers jours de vie de ce contrat. A ce moment, les opérateurs changent de contrat de référence. Un contrat est actif en moyenne pendant 62 jours de cotation (soit environ un trimestre civil) et cesse d'être la référence en moyenne 14 jours de cotation avant son échéance. Dans la figure ci-dessous, on a représenté le contrat le plus traité ainsi que les volumes échangés en fonction du temps. Le contrat Mars 86 est numéroté 1 et le contrat décembre 1996 est numéroté 44 sur l'axe des abscisses.

— Insérer Figure 1 — **Echéance et volume du contrat le plus traité**

Cette figure illustre l'explosion des volumes depuis la création du Matif, l'ordre de grandeur passant de plusieurs milliers à plusieurs centaines de milliers de contrats avec une décélération importante dans la période récente pour atteindre un volume moyen de 120.000 lots par jour. La figure montre également qu'après quelques hésitations à l'ouverture du marché à terme sur le contrat de référence (jusqu'au contrat septembre 87), les opérateurs ont focalisé leur attention sur un seul des contrats cotés sur le marché. Depuis cette période, une échéance de contrat est la plus activement traitée jusqu'au jour où elle est remplacée dans sa prééminence par l'échéance suivante.

Ceci constitue notre principal motif pour justifier la construction de la série des prix du contrat le plus traité. Par construction, cette série présente des ruptures de prix ("spread") chaque fois que le contrat de référence change. L'origine du "spread" (différence, un jour de cotation donné, entre le contrat le plus traité et son successeur immédiat) vient de ce que deux contrats successifs portent sur des échéances différentes. La figure suivante montre l'évolution du spread à travers le temps ainsi que son cumul.

— Insérer Figure 2 — **Écarts de prix entre contrats successifs et cumul**

On remarque que le spread s'établit en général entre -200 et $+200$ points de base sauf pour le spread entre les contrats septembre 1993 et décembre 1993 qui a culminé à près de -400 points de base. En moyenne, la valeur absolue du spread s'établit à 75 points de base.

La série des prix du contrat le plus traité doit donc être corrigée pour tenir compte de ces ruptures. La correction que nous avons adoptée utilise le contrat mars 86 (numéroté 1) comme base de la série de prix et s’obtient en additionnant à la série de prix du contrat le plus traité le cumul des spreads successifs depuis le contrat mars 86.

Formellement, nous construisons la série des prix du contrat le plus traité de la manière suivante. En premier lieu, nous disposons des données $(F_t^T)_{t \geq 1, T \geq 1}$ où F_t^T désigne le prix à la date t du contrat d’échéance T . En deuxième lieu, nous identifions pour chaque date t le contrat le plus traité. Son échéance est noté $T^*(t)$. On identifie ensuite la suite $(t_l)_{l \geq 1}$ des dates où l’échéance du contrat le plus actif est modifiée. On remplace alors la série de prix à terme $F_t^{T^*(t)}$ par la série notée $f(t)$ et définie par :

$$f(t) = F_t^{T^*(t)} + \sum_{\{l | t_l \leq t\}} (F_{t_l-1}^{T^*(t_l-1)} - F_{t_l-1}^{T^*(t_l)}) \quad (6)$$

avec par convention $f(1) = F_1^{T^*(1)}$. Le terme correctif $C_t = \sum_{\{l | t_l \leq t\}} (F_{t_l-1}^{T^*(t_l-1)} - F_{t_l-1}^{T^*(t_l)})$ apporté à la série $F_t^{T^*(t)}$ permet d’obtenir une série dont les propriétés sont :

(1) de refléter le prix du contrat le plus traité,

(2) dont les variations permettent de calculer les gains d’un opérateur qui aurait acheté le contrat mars 86 et qui aurait reporté sa position (“roll over”) sur les contrats suivants chaque fois qu’un contrat nouveau devenait actif.

La figure 3 retrace les évolutions de cette série. Le prix du contrat le plus actif, corrigé sur la base du contrat mars 86, ainsi que le prix non corrigé sont représentés depuis la création du Matif (avec en trait pointillé les prix non corrigé et en trait plein les prix corrigés).

— Insérer Figure 3 — **Prix à terme et prix à terme corrigé**

3.2 Marché monétaire

Les séries de taux à court terme au comptant ont également été retraitées. En premier lieu, nous avons complété les données manquantes par les données adjacentes les plus proches (118 données manquantes pour chacune des séries de taux courts sur 2385 jours de cotation). En deuxième lieu, nous avons construit, pour chaque jour de cotation, la partie courte de la courbe des taux (de 1 jour à un an) en linéarisant les différents points observés sur cette courbe. Nous obtenons ainsi, pour chaque jour de cotation (t), les taux du marché monétaire notés $r(t, \theta)$ pour n’importe quel horizon (θ) inférieur à un an. Ces taux monétaires (taux sans risque) peuvent alors être rapprochés des taux de rendement d’opérations d’arbitrage entre marché à terme et marché au comptant.

3.3 Marché au comptant

Notre objectif est ici de construire une série unique de prix n’utilisant que les informations des marchés au comptant et pouvant se rapprocher de la série des prix à terme précédemment construite. La construction d’une telle série est rendue problématique par l’existence de plusieurs emprunts livrables pour la même échéance du contrat à terme. La prise en compte de certaines caractéristiques du marché à terme

ainsi que la finalité de cette construction nous permettent néanmoins de mener à bien cette entreprise. En premier lieu, il convient de remarquer que l'utilisation de cette série interviendra uniquement dans l'étude de causalité entre marché à terme et marché au comptant. De ce point de vue, il ne faut pas handicaper artificiellement la série au comptant par rapport à la série à terme. Or, étant donné la possibilité laissée au vendeur du contrat à terme de livrer l'emprunt du gisement qu'il souhaite, il semble clair que les informations nouvelles parvenant au marché affecteront en priorité l'obligation du gisement qui maximise le rendement du "cash and carry". En deuxième lieu, il convient de remarquer que le prix à terme d'un contrat reflète outre le niveau des taux longs, également le niveau des taux courts dans la mesure où ceux-ci déterminent les coûts de portage. En effet, des chocs parfaitement anticipés sur le niveau des taux courts provoquent mécaniquement des variations du prix à terme et pas du tout des variations du prix au comptant. Comme l'objectif de cette construction est de comparer prix à terme et prix au comptant, notre souci est d'éliminer toutes les sources qui perturbent automatiquement un prix et pas l'autre.

Pour toutes ces raisons, notre construction de la série de prix au comptant part de la série du prix à terme théorique fondée sur l'obligation qui maximise le rendement de l'opération de "cash and carry" (voir section 2.2). Cette série n'utilise que l'information présente dans les prix au comptant (prix au comptant pour le court terme et prix au comptant pour le long terme). Rappelons qu'elle est donnée par :

$$G_t^T = \frac{1}{\theta_T^{i^*(t,T)}} \left((1 + r(t, T) \frac{T-t}{360}) (P_t^{i^*(t,T)} + cc_t^{i^*(t,T)}) - cc_T^{i^*(t,T)} \right) \quad (7)$$

A partir de cette série, nous calculons à chaque instant t le prix à terme théorique $G_t^{T^*(t)}$ correspondant à l'échéance $T^*(t)$ qui est la plus activement traitée à cet instant t . Puis pour tenir compte des sauts de prix à chaque changement du contrat de référence, on utilise la même correction que pour le marché à terme (voir l'équation (6)), cette correction n'incorporant que des informations disponibles à la date $t - 1$. La série de prix au comptant utilisée, notée $g(t)$ est alors définie par :

$$g(t) = G_t^{T^*(t)} + C_t \quad (8)$$

La figure 4 indique, en fonction du jour de cotation (t), le titre qui maximise le rendement de l'opération de "cash and carry" pour l'échéance la plus active à ce moment.

— Insérer Figure 4 — **Titre le moins cher à porter**

L'examen de cette figure nous apprend que :

- l'emprunt qui maximise le rendement du "cash and carry" peut rester inchangé pendant plusieurs échéances de suite,
- on peut trouver des séquences temporelles pendant lesquelles un même emprunt est alternativement actif, puis désactivé et enfin réactivé,
- il existe des périodes pendant lesquelles deux voire trois emprunts du gisement présentent des taux de rendement du "cash and carry" très proches, ce qui entraîne une forte instabilité de la définition de cet emprunt. Néanmoins cette instabilité décroît progressivement avec le temps.

4 Les tests

La construction précédente nous permet de disposer de deux séries de prix homogènes et comparables l'une provenant uniquement du marché à terme $f(t)$ et l'autre du marché au comptant $g(t)$. Ces deux séries sont nécessaires pour répondre aux questions posées dans notre introduction et en particulier pour identifier d'éventuels dysfonctionnements entre marché à terme et marché au comptant. Rappelons brièvement ces questions et la manière dont nous envisageons d'apporter une réponse.

(1) La première question porte sur l'efficacité des marchés financiers. Existe-t-il ou a-t-il existé des opportunités d'arbitrage entre le marché à terme et le marché au comptant ? Pour répondre à cette question, on examine la base théorique c'est à dire la différence entre prix à terme et prix au comptant sur des données journalières et on rapporte cette différence à d'éventuels coûts de transaction qu'auraient eu à supporter les arbitragistes. Dans un deuxième temps, on procède à un test d'exogénéité faible pour identifier sur quel marché se résorbe les opportunités ?

(2) La deuxième question porte sur le caractère rationnel des anticipations des acteurs du marché. En d'autres termes, le prix à terme est-il un prédicteur efficace du prix au comptant futur ? Plusieurs tests de l'hypothèse d'anticipations rationnelles sont menés à cet effet dont en particulier la recherche d'une relation de cointégration entre prix à terme et prix au comptant futur.

(3) La dernière question porte sur la manière dont les informations nouvelles sont transmises au marché. Cette information passerait-elle d'abord par le marché au comptant puis serait ensuite retransmise au marché à terme ou est-ce le contraire ? Des tests de causalité instantanée et retardée sont mis en oeuvre sur données journalières pour y répondre.

Avant de commencer les tests économétriques, une remarque méthodologique s'impose. Dans la suite du papier nous avons choisi de travailler sur les séries brutes de prix et non pas sur les logarithmes des séries de prix.¹⁰ Deux arguments ont milité pour ce choix. D'une part, c'est l'usage des professionnels du MATIF que de comptabiliser les variations de prix en écarts absolus alors que les analystes des marchés de change, par exemple, enregistrent les variations relatives, en pourcentage. D'autre part, cette comptabilité convient d'autant mieux que les actifs qui nous intéressent sont des actifs à flux fixes et de durée de vie finie. Ceci implique en particulier que leur prix évoluent dans des marges restreintes et que par conséquent leurs variations absolues ne se distinguent pas beaucoup des variations relatives (c'est-à-dire des variations absolues des logarithmes).¹¹

4.1 Efficience

Lorsque d'une part, les marchés à terme et au comptant ne présentent aucune friction et que, d'autre part, ces marchés sont parfaitement arbitrés, le prix à terme

¹⁰En effet, dans le domaine financier, l'usage s'appuie généralement sur le fait que les prix ne peuvent suivre des distributions normales mais seulement log-normales puisqu'ils ne peuvent par nature devenir négatifs. Cet usage implique donc de travailler avec les logarithmes des séries originales de prix.

¹¹Notons que ce choix n'est cependant pas déterminant car, en ce qui concerne notamment les tests de causalité, nous avons vérifié que les résultats ne différaient pas sur le plan qualitatif et très peu sur le plan quantitatif. Ce constat va bien sûr de pair avec la légitimité de l'approximation des variations relatives par les variations absolues.

constaté et le prix à terme théorique doivent coïncider. L'existence d'une opportunité d'arbitrage est décelée par un écart entre ces deux prix. Dans la pratique, la réalité d'une opportunité d'arbitrage doit s'apprécier à la lumière des coûts de transaction qu'elle implique pour être mise en œuvre. Ce constat simple nous sert de fil conducteur dans la suite de l'analyse.

4.1.1 Base théorique

La différence entre la série de prix à terme $f(t)$ et la série au comptant $g(t)$, appelée base théorique $b(t)$, livre une information intéressante sur la cherté relative du marché à terme par rapport au marché au comptant :

$$b(t) = f(t) - g(t) = F_t^{T^*(t)} - G_t^{T^*(t)} \quad (9)$$

soit, en utilisant les expressions (4) et (5),

$$b(t) = \frac{P_t^{i^*(t, T^*(t))} + cc_t^{i^*(t, T^*(t))}}{\theta_{T^*(t)}^{i^*(t, T^*(t))}} \cdot \frac{T^*(t) - t}{360} \cdot (\rho^i(t, T^*(t)) - r(t, T^*(t))) \quad (10)$$

Lorsque la base théorique est positive, le marché à terme est plus “cher” que le marché au comptant et des opportunités de “cash and carry” sont présentes pour peu que la base excède les coûts de transaction (le rendement de l'opération de “cash and carry” excède le taux d'intérêt sans risque). Dans le cas contraire, le marché au comptant est plus “cher” que le marché à terme et des opportunités de “reverse cash and carry” existent, l'opération de “reverse cash and carry” consistant simultanément à vendre les emprunts d'Etat au comptant et à acheter sur le Matif des contrats à terme. Lorsque le marché est parfaitement arbitré, la base théorique est nulle puisque $\rho^i(t, T)$ est égal à $r(t, T)$. Tant qu'il n'y a pas de changement d'échéance du contrat le plus traité, la base théorique converge vers zéro comme le montre l'équation (10). Dans la figure 5, on retrace l'évolution de la base théorique depuis la création du Matif et on observe ce phénomène périodique de convergence.

— Insérer Figure 5 — **Base théorique**

Dans le tableau 1 ci-dessous, on donne des statistiques sur cette base théorique, d'abord sur toute la période ensuite sur des sous périodes.¹²

| Base théorique | 12/86 – 06/90 | 07/90 – 07/93 | 08/93 – 06/96 | 12/86– 06/96 |
|----------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| moyenne | -0,28 | 0,02 | -0,06 | -0,12 |
| t de Student | -20,95 | 3,47 | -9,45 | -18,66 |

Tableau 1 – Statistiques sur la base théorique

¹²Dans la sous-section 4.3, nous reviendrons sur d'autres propriétés de cette base théorique.

Cette base oscille autour de 0 avec des pointes qui peuvent atteindre plus ou moins 150 points de base. Sa valeur moyenne (- 12 points de base) est significativement différente de 0 puisque le test de Student est largement supérieur à 2. D'autre part, les périodes où la base est fortement positive, par exemple supérieure à 25 points de base ("cash and carry") sont moins nombreuses que les périodes de "reverse cash and carry" (base théorique inférieure à -25 points de base), du moins dans la première partie de notre échantillon. Cette partie correspond à la période allant de décembre 1986 à juin 1990 (entrées 195 à 1086) où la moyenne est très négative (-28 points de base) et ceci très significativement (Student de 21) comme l'indique le tableau 1. Par contre, dans la deuxième partie de notre échantillon (période de juillet 1990 à juin 1996), la base théorique ne présente pratiquement jamais d'écart supérieur à 50 points en valeur absolue, la moyenne étant seulement de quelques points de base.

Dans la réalité, l'existence d'une opportunité réelle d'arbitrage doit s'apprécier en comparant la base théorique avec les coûts de transaction qu'une opération de "cash and carry" ou de "reverse cash and carry" implique pour être mise en œuvre. La base théorique doit donc être suffisamment importante en valeur absolue pour signifier l'existence réelle d'une opportunité d'arbitrage. Par convention, nous avons supposé qu'un écart de 25 points de base devrait en pratique couvrir les coûts de transaction.¹³

La deuxième partie de notre échantillon correspond donc à une période où les opportunités d'arbitrage ont été singulièrement réduites sinon annulées. Le fonctionnement joint du marché à terme et du marché au comptant semble avoir gagné en efficience avec le temps.

La première partie de l'échantillon présente au contraire des opportunités récurrentes de "reverse cash and carry" avec une base qui est en moyenne supérieure aux coûts de transaction. Celles-ci se résorbent progressivement puis réapparaissent à chaque changement de l'emprunt qui maximise le rendement de l'opération de "cash and carry". L'ampleur de ces opportunités s'écrase néanmoins au cours de la sous-période d'intérêt.

Les raisons pour lesquelles des opportunités de "reverse cash and carry" auraient été difficiles à résorber dans cette sous période peuvent être recherchées dans le cadre institutionnel de fonctionnement du marché au comptant. De telles opérations nécessitent effectivement soit la détention préalable d'emprunts d'Etat soit le prêt de ces emprunts. Or la mise en place d'un marché de prêts de titres a rencontré en France de nombreux obstacles aussi bien juridiques qu'au niveau des mentalités. Aussi de telles opportunités ont-elles mis du temps à se résorber. De ce point de vue, l'inefficience au sens strict du marché qui peut être constatée sur la période décembre 1986 à juin 1990 peut être expliqué. Cette inefficience se résorbe d'ailleurs progressivement au cours de la première période (l'amplitude des opportunités diminue vers la fin de la première période) pour disparaître totalement au cours de la seconde période.¹⁴

¹³En l'absence de coûts de transactions, un niveau absolu de base de 25 points signifie que l'opération de "cash and carry" ou son opposée rapporte en brut 0,25% des sommes engagées sur la durée de l'opération. Or pour des montants importants d'intervention (de l'ordre de quelques centaines de millions de francs et de quelques centaines de contrats), les coûts de transactions proprement dits sont de l'ordre de 0,10% et la liquidité du marché au comptant et du marché à terme peut encore coûter entre 0,10 et 0,15%.

¹⁴Si ce n'est pas complètement vrai du point de vue statistique puisqu'en toute rigueur la base théorique est (très légèrement) significative, c'est vrai au regard des coûts de transaction qui sont sans commune mesure avec la base théorique moyenne.

Dans la suite de l'étude nous distinguerons par conséquent ces deux périodes : décembre 1986 à juin 1990 d'une part et juillet 1990 à juin 1996 d'autre part. Cette distinction apparaît également à la lecture de la figure 6 où sont tracés simultanément le rendement du "cash and carry" sur l'emprunt actif (en continu) et le taux du marché monétaire (en pointillé).

— Insérer Figure 6 — **Rendement du "Cash and Carry"**

4.1.2 Test sur les innovations

Un second test d'efficience (efficience faible au sens de Fama) analyse les innovations du prix à terme. Le marché à terme est dit efficient si l'innovation est orthogonale à toute l'information fournie par les prix à terme passés. L'innovation de la date t , notée ϵ_t est simplement la variation du prix à terme entre $t - 1$ et t :

$$\epsilon_t = F_t^T - F_{t-1}^T \quad (11)$$

Si l'information nouvelle parvenant au marché entre l'instant $t - 1$ et l'instant t est efficacement traité par les acteurs du marché, cette information est intégralement pris en compte dans le prix à la date t . L'innovation en t ne peut donc s'expliquer par une information parvenue en $t - 1$. De ce point de vue, le marché est dit efficient s'il n'existe pas de corrélation entre innovations successives. Notre test porte donc sur l'absence d'autocorrélation de l'innovation. Il est mis en oeuvre à partir de la série de prix à terme $f(t)$. Comme cette série est intégrée d'ordre 1, on procède à l'analyse des autocorrélations sur la série différenciée une fois. Les résultats sont donnés par l'autocorrélogramme de la figure 7.

— Insérer Figure 7 — **Autocorrélogramme des prix à terme différenciés une fois**

On note sur ce diagramme que les autocorrélations d'ordre 9 et 24 sont significativement différentes de 0 (zones hachurées sur la figure) mais que néanmoins leurs valeurs restent extrêmement faibles (toujours inférieures à 10% en valeur absolue). Si d'un strict point de vue statistique, ceci ne nous permet pas de rejeter l'absence d'autocorrélation sur la série, il nous semble néanmoins difficile d'interpréter l'ordre des autocorrélations significativement différentes de zéro. C'est le résultat du test de Box-Pierce effectué sur toute la période qui nous permet de conclure que l'efficience du marché ne peut être rejetée de manière globale. On obtient ainsi une probabilité inférieure à 1% que le vecteur des coefficients de retards soit différent du vecteur nul.¹⁵

4.2 Rationalité des anticipations

La littérature économique abonde de tests économétriques de l'hypothèse de rationalité des agents économiques. Cependant, à notre connaissance, aucun test exhaustif n'a été effectué à ce jour sur les données du Matif.

¹⁵De manière locale, les résultats de ce test sont moins stables. Par exemple, lorsqu'on pratique le test de Box-Pierce sur un échantillon glissant d'un an (soit 260 observations) ou de 100 observations (soit environ quatre mois), on observe des autocorrélations sur certaines sous-périodes. Ces résultats peuvent être interprétés comme des inefficiences locales (ou temporaires) mais ils peuvent aussi traduire le fait que les marchés évoluent sous l'empire de fondamentaux qui sont eux-mêmes des processus localement autocorrélés. La recherche d'autocorrélations sur les deux périodes mises en évidence dans la sous-section précédente n'apporte pas d'élément nouveau à l'analyse.

4.2.1 Test en coupes

La définition la plus commune du caractère rationnel des anticipations consiste à dire que le prix à terme d'un actif est un prédicteur sans biais du prix futur au comptant de ce même. En d'autres termes, le prix à terme à instant donné est égal à l'espérance de son prix comptant futur soit :

$$F_t^T = \mathbf{E}_t F_T^T \quad (12)$$

où t désigne l'instant présent, T le terme du contrat (avec bien sûr $T > t$), F_t^T le prix en t du contrat dont l'échéance est en T (de ce fait, F_T^T désigne le prix en T du contrat arrivé à son échéance en T , c'est-à-dire le prix au comptant en T) et \mathbf{E}_t l'espérance à l'instant t (donc conditionnée par l'information disponible à l'instant t). On note u_t^T l'erreur de prévision effectuée à l'instant t sur le prix au comptant à l'instant T :

$$F_T^T = F_t^T + u_t^T \quad (13)$$

Si le prix à terme F_t^T est un prédicteur sans biais du prix au comptant à l'échéance F_T^T alors l'erreur de prévision u_t^T est d'espérance ou de moyenne nulle :

$$\forall t, \forall T \quad \mathbf{E}_t u_t^T = 0 \quad (14)$$

Notre premier test d'anticipations rationnelles est donc de vérifier qu'il n'y a pas de biais systématique pour une durée d'anticipation donnée. On calcule donc la moyenne de ce biais d'anticipation sur l'ensemble des contrats traités sur le MATIF depuis sa création et parvenus à maturité au 30 juin 1996.¹⁶ Par exemple, cette moyenne 30 jours avant l'échéance du contrat vaut :

$$\frac{1}{42} \sum_{i=1,7,42} u_{T_i-30}^{T_i} \quad (15)$$

T_i représentant l'échéance du i -ème contrat. Analysant ainsi une erreur moyenne pour chaque horizon, il est intéressant d'observer également la dépendance éventuelle à l'horizon de prévision de l'erreur absolue moyenne ainsi que de la variance des erreurs. Les résultats de ces tests peuvent être lus dans la figure 8. Les abscisses des graphiques représentent l'horizon d'anticipation qui sera noté τ (c'est en allant vers la gauche du graphique que l'on observe les erreurs de prévisions les plus proches de l'échéance.)

— Insérer Figure 8 — **Moyenne des erreurs brute et absolue de prévision**

Ainsi, bien que l'erreur de prévision moyenne et a fortiori la moyenne de la valeur absolue de l'erreur de prévision ne soient jamais nulles sur l'échantillon étudié, ces valeurs ne sont pas significativement différentes de zéro, puisque ces deux erreurs se situent toujours à l'intérieur du chenal défini par la valeur nulle augmentée ou diminuée d'une fois l'écart-type de prévision. En conséquence, on ne peut rejeter l'hypothèse d'anticipations rationnelles sur la base de ce test. Cette hypothèse semble devoir être acceptée d'autant plus facilement que la valeur moyenne de l'erreur absolue de prévision est une fonction croissante de l'horizon de prévision.

¹⁶ Entre le 20.02.86, date de création du Matif et le 30.06.96 (date de la fin de notre échantillon), 46 contrats ont été traités sur le marché à terme et 42 d'entre eux sont effectivement arrivés à échéance.

4.2.2 Approche par la cointégration

Le test précédent peut être renforcé par l'étude de la régression entre l'anticipation du prix et sa réalisation. On choisit un horizon d'anticipation soit τ et on effectue la régression suivante :

$$F_{T_i}^{T_i} = \alpha_\tau F_{T_i-\tau}^{T_i} + \beta_\tau + \epsilon_\tau^i, \quad i = 1, 2, \dots, 42 \quad (16)$$

où T_i est la date d'échéance du i -ème contrat. Si le prix à terme $F_{T-\tau}^T$ est un prédicteur sans biais en $T - \tau$ du prix au comptant à l'échéance T , alors l'hypothèse jointe H_0 :

$$\alpha_\tau = 1 \text{ et } \beta_\tau = 0 \quad (17)$$

ne peut être rejetée. Par exemple, à un horizon de 30 jours, on trouve :

$$F_{T_i}^{T_i} = 1.000 F_{T_i-30}^{T_i} - 0.418 + \epsilon_{30}^i, \quad i = 1, 2, \dots, 42 \quad (18)$$

En réalité, les variables de la régression précédentes sont non-stationnaires. Le test de l'hypothèse jointe $\alpha_{30} = 1$ et $\beta_{30} = 0$ n'est donc possible que dans le cadre défini par Johansen (1988, 1991) de la cointégration multivariée.¹⁷ Il s'agit donc de trouver au moins une relation de cointégration entre F_T^T et $F_{T-\tau}^T$. A cet effet, on effectue la régression précédente en différence première en rajoutant un terme à correction d'erreurs qu'on identifiera comme la relation de cointégration :

$$\Delta F_{T_i}^{T_i} = \delta_\tau \Delta F_{T_i-\tau}^{T_i} + \lambda_\tau (F_{T_{i-1}}^{T_{i-1}} - \alpha_\tau F_{T_{i-1}-\tau}^{T_{i-1}} - \beta_\tau) + \epsilon_\tau^i, \quad i = 1, 2, \dots, 42 \quad (19)$$

avec $\Delta F_{T_i}^{T_i} = F_{T_i}^{T_i} - F_{T_{i-1}}^{T_{i-1}}$. Dans ce cadre, tester l'hypothèse jointe H_0 revient à tester si

$$\alpha_\tau = 1, \beta_\tau = 0, \lambda_\tau = 1, \delta^\tau = 1.$$

Le tableau 2 indique les résultats portant sur l'existence d'au moins une relation de cointégration du type (16) entre anticipation $F_{T-\tau}^T$ et réalisation F_T^T et sur le fait que cette relation de cointégration s'identifie à la relation (13), c'est-à-dire que les restrictions (17) sont supportées par les données.¹⁸ Ces tests ont été effectués pour différentes valeurs de τ : $\tau = 1$ (dans ce cas, l'anticipation est effectuée la veille de la réalisation), 5 (soit une semaine avant), 10 (soit deux semaines avant), 20 (soit environ un mois avant), 40 (soit deux mois avant), 60 (soit un trimestre avant) et enfin 120 (soit un semestre avant).

Les résultats consignés dans le tableau 2 montrent que l'inexistence d'une relation de cointégration est toujours rejetée au seuil de confiance de 10 %, que l'on considère la statistique " λ_{max} " ou la statistique "Trace", ce rejet étant particulièrement fort lorsque la "prévision" est à un, deux ou trois mois.¹⁹ Les lignes suivantes du tableau

¹⁷ Un exemple, parmi d'autres, qui nous intéresse puisqu'il intègre l'examen de parités "financières" telles que la parité des pouvoirs d'achat ou la parité non couverte des taux d'intérêt, est fourni par Johansen et Juselius (1992).

¹⁸ Cette étude a été réalisée à l'aide du logiciel CATS in RATS. Le modèle VAR associé a été considéré avec un seul retard et les tests portent sur tous les contrats envisageables pour un terme $T - \tau$ donné, soit de 37 à 40 observations; ainsi les échantillons sont plutôt de petite taille et les résultats doivent être considérés avec précaution.

¹⁹ En revanche, les tests - qui ne figurent pas dans le tableau - sont en faveur de l'acceptation d'une seule relation de cointégration. Le résultat inverse aurait signifié que les deux variables étaient en fait stationnaires, n'avaient aucune tendance commune et ne pouvaient donc être impliquées dans une véritable relation de cointégration; dans ce cas, une erreur de spécification aurait été réalisée en engageant une étude à la Johansen sur ces variables.

2 signifient que les contraintes (17) sont généralement acceptées au seuil de 10 %. Les seules exceptions sont le fait des anticipations à 3 et 6 mois. L'acceptation croit ensuite lorsque le terme des anticipations se raccourcit pour atteindre un niveau particulièrement élevé lorsque l'anticipation est à 2 semaines ; au contraire, à des termes encore plus rapprochés, la qualité de l'acceptation se détériore.

Tableau 2

L'hypothèse d'anticipations rationnelles vues au travers de l'approche de la cointégration multivariée

L'échantillon porte sur la période février 1986-juin 1996. Les modèles estimés sont :

$$\Delta F_{T_i}^{T_i} = \delta_\tau \Delta F_{T_i-\tau}^{T_i} + \lambda_\tau (F_{T_i-1}^{T_i-1} - \alpha_\tau F_{T_i-1-\tau}^{T_i-1} - \beta_\tau) + \epsilon_\tau^i, \quad \tau = 1, 5, 10, 20, 40, 60 \text{ ou } 120$$

$F_{T_i}^{T_i}$ est la dernière réalisation du prix à terme, τ représente l'horizon de prévision et $\Delta F_{T_i}^{T_i} = F_{T_i}^{T_i} - F_{T_i-1}^{T_i-1}$. Le seuil critique à 10% de la statistique λ_{max} est 10,3, celui de la statistique Trace vaut 17,8.

| Horizon de prévision (τ jours ouvrés) | | 1 | 5 | 10 | 20 | 40 | 60 | 120 |
|--|-------------|-------|------|------|------|--------|------|------|
| λ_{max} | | 26,9 | 33,4 | 29,6 | 45,9 | 68,0 | 77,4 | 34,5 |
| Trace | | 28,0 | 34,6 | 30,7 | 42,3 | 69,8 | 79,4 | 37,4 |
| parité et cte qcq | $\chi^2(1)$ | 0,68* | 0,67 | 0,29 | 0,02 | 0,27 | 0,56 | 0,06 |
| $\alpha = 1$ | p-valeur | 0,41 | 0,41 | 0,59 | 0,89 | 0,60 | 0,45 | 0,80 |
| cte nulle | $\chi^2(1)$ | 0,82 | 0,82 | 0,21 | 0,03 | 0,15 | 0,51 | 0,06 |
| $\beta = 0$ | p-valeur | 0,36 | 0,37 | 0,64 | 0,85 | 0,70 | 0,48 | 0,81 |
| parité pure | $\chi^2(1)$ | 2,38 | 2,58 | 1,48 | 0,51 | 4,15 | 0,82 | 0,07 |
| $\alpha = 1, \beta = 0$ | p-valeur | 0,30 | 0,28 | 0,48 | 0,78 | 0,13** | 0,66 | 0,97 |

* La restriction ne peut être rejetée au seuil de confiance de 41%.

** La restriction est rejetée au seuil de confiance de 15%.

Au total, tout se passe comme si les anticipations s'amélioraient lorsque l'échéance devient la plus active et s'étiolaient lorsque l'échéance perd sa prééminence. Rappelons-nous en effet qu'un contrat est le plus activement traité en moyenne entre les 77ième et 14ième jours de cotation avant son échéance (cf. section 2). Lorsqu'une échéance est activement traitée, le jeu des "forces du marché" permettrait donc l'amélioration²⁰ des anticipations contenues dans le prix à terme dans le sens où ces forces contribueraient à diminuer le biais de la prédiction du prix au comptant futur.

Les deux types de tests mis en œuvre dans cette sous-section (test en coupes et test de cointégration) aboutissent à la même conclusion globale : *l'hypothèse d'anticipations rationnelles ne peut être rejetée sur le marché à terme du notionnel.*

4.3 Causalité

L'objet de cette sous-section est principalement de répondre aux deux questions suivantes : sur quels marchés se transmet en priorité les informations nouvelles ? en

²⁰ Les tests sur des termes intermédiaires indiquent toutefois que cette amélioration est tardive et ne s'amorce véritablement que vers le quarantième jour avant l'échéance. Rappelons cependant la fragilité de ces résultats obtenus sur de petits échantillons disjoints et donc extrêmement sensibles à un point aberrant.

cas de déséquilibre entre marché au comptant et marché à terme, quel marché assure la restauration de l'équilibre? Nous prétendons ici qu'il existe une méthodologie simple pour répondre à ces questions. La première question relève de la notion de causalité comme développée par Granger (1969) tandis que la deuxième question se rapporte à la notion d'exogénéité faible d'Engle, Hendry et Richard (1983).

Rappelons au préalable comment se définit la causalité au sens de Granger. On dit par exemple que le marché à terme cause le marché au comptant si la prise en compte de la variable retardée f_{t-1} améliore l'estimation du prix au comptant g_t par rapport à son passé g_{t-1} c'est à dire si dans la régression :

$$g_t = \alpha + \beta g_{t-1} + \gamma f_{t-1} + \epsilon_t, \quad (20)$$

le coefficient γ est significatif. On dit également que le marché à terme *cause instantanément* le marché au comptant si f_t améliore la prévision de g_t par rapport à g_{t-1} et f_{t-1} . Ainsi f cause g si, pour prévoir g , le passé de f procure une information supplémentaire par rapport à la seule prise en compte du passé de g . De même, f cause instantanément g si pour prévoir g , le présent de f procure une information supplémentaire par rapport à la seule prise en compte des passés de g et de f .²¹

Par rapport à ces définitions maintenant standard de la causalité, la périodicité quotidiennes de notre échantillon amène une remarque. Cette périodicité implique nécessairement une dépendance instantanée c'est à dire une causalité instantanée entre marché au comptant et marché à terme. Au sein d'une journée complète de cotation, il est en effet inconcevable qu'aucune information sur un marché ou produite par ce marché ne soit exploitée ou reportée sur l'autre marché. Les tests permettent d'ailleurs l'acceptation de la causalité instantanée à des niveaux de confiance exceptionnels et ce dans les deux sens (du marché à terme vers le marché au comptant et réciproquement).

L'ambiguïté de ces résultats ne permet pourtant pas d'exclure une quelconque dissymétrie des deux marchés sur données plus rapprochées par exemple intra-quotidiennes (voir Granger (1988)). De même, il n'est pas possible de savoir si cette dépendance réciproque perçue avec une échelle de temps aussi longue que la journée se distingue d'un traitement parallèle et similaire des mêmes informations extérieures aux marchés. De ce fait, notre problématique et son application à une fréquence quotidienne nous conduit à nous concentrer sur une éventuelle exploitation tardive d'informations extérieures par un marché ou encore sur un éventuel report tardif des évolutions d'un marché sur l'autre (justifié par un traitement moins efficace des informations sur ce dernier marché), donc à tester la présence de distributions de retards portant sur la cause au sein des régressions linéaires. Ce raisonnement nous pousse à adapter les tests de causalité standards présentés ci-dessus. Nous dirons donc que le marché à terme cause le marché au comptant si le passé du marché à terme permet d'améliorer la prévision du marché au comptant par rapport au passé du marché au comptant et au présent du marché à terme. Formellement, on regarde si dans la régression

$$g_t = \alpha + \beta g_{t-1} + \gamma f_t + \delta f_{t-1} + \epsilon_t, \quad (21)$$

²¹Comme on le constate, ces définitions de la causalité sont critiquables et il serait préférable de parler de "prévisibilité" ou de "prévisibilité instantanée" au lieu de "causalité" et de "causalité instantanée". On se conforme ici à l'usage le plus fréquent tout en gardant à l'esprit les implications et les limites des définitions précédentes.

le coefficient du terme retardé du prix à terme f_{t-1} soit δ est significatif. Cette définition de la causalité est différente des définitions proposés par Granger. Elle signifie que le passé du marché à terme continue à apporter de l'information au prix au comptant au delà de l'information apporté par son présent. Autrement dit l'information intégrée dans le marché à terme prend plusieurs périodes pour diffuser sur le marché au comptant. Cette nouvelle définition permet de mettre en évidence une éventuelle dissymétrie entre marchés.

La mise en |uvre du test de causalité que nous retenons ici revient à effectuer une régression linéaire, par exemple de g sur ses retards ainsi que sur f et ses retards, puis de tester une restriction sur cette régression, à savoir la nullité des coefficients de retards portant sur f . On effectue donc un test de Fisher sur l'ensemble de ces coefficients.

La mise au point de ces tests nécessite néanmoins une discussion préalable.²² Premièrement, la question du nombre de retard est résolu par le choix systématique de cinq retards dans toutes les régressions puisque l'autocorrélation est négligeable au-delà du cinquième jour. Ensuite, sur le plan technique les régressions et les tests portent sur les séries différenciées une fois ce qui répond au besoin d'effectuer des régressions linéaires "non fallacieuses" sur des séries stationnaires. Enfin, selon l'approche préconisée notamment par Engle et Granger (1987), il convient de tenir compte de la non-stationnarité du prix à terme f_t et du prix au comptant g_t . Ceci entraîne qu'une régression de g_t sur g_{t-1} , f_t et f_{t-1} n'est pas autre chose que l'estimation d'un modèle à correction d'erreur qui serait biaisée par la négligence de la relation de long terme (ou de cointégration) retardée. Cette remarque a déjà été formulée par Granger (1988) et c'est pourquoi nous chercherons à tester la causalité qui va de f_t vers g_t en observant si dans la régression :

$$\Delta g_t = \alpha + \beta \Delta g_{t-1} + \gamma \Delta f_t + \delta \Delta f_{t-1} + \lambda(g_{t-1} - a f_{t-1} - b) + \epsilon_t, \quad (22)$$

le coefficient du terme retardé de f soit δ est significatif.²³

Comme les tests de causalité seront pratiqués sur un échantillon glissant de 100 observations (soit quatre mois environ), cette dernière remarque nous amène à pratiquer sur ce même échantillon glissant les tests de stationnarité et de cointégration. Sans motiver un compte-rendu systématique, les résultats sont suffisamment intéressants pour être évoqués maintenant.

Tout d'abord la stationnarité des cours à terme et cours au comptant est rejetée quelle que soit la période considérée tandis que les tests de Dickey-Fuller (augmentés pour tenir compte de l'autocorrélation déjà notée) permettent d'accepter avec un risque de 1% la stationnarité des différences premières des deux séries, parfois en présence d'une constante. Les résultats sont plus contrastés dans le temps lorsqu'ils concernent la cointégration de ces deux séries et débouchent sur la mise en évidence de deux périodes. D'une part, la pente de la régression (à savoir le coefficient affectant le prix à terme si celui-ci est l'exogène ou le coefficient affectant le prix au comptant si celui-ci est l'exogène) fluctue moins autour de sa valeur théorique (à savoir 1) à

²²Nous ne revenons plus sur la discussion que nous avons eue au début de cette section 3 et qui concernait les spécifications en niveaux ou en logarithmes; comme nous l'avons vérifié, ces choix n'ont pas d'impact sur les résultats.

²³Dans une telle conception, la causalité via la relation de long terme est considérée comme une composante de la causalité retardée puisqu'un mécanisme à correction d'erreur implique par définition un traitement non instantané de l'information parvenant aux marchés.

partir de 1990 et il en est de même bien sûr pour la constante des mêmes régressions qui oscille moins autour de sa valeur théorique (à savoir 0) à partir de la même année. D'autre part, quelque soit le sens de la régression, elle ne produit un résidu stationnaire au sens du test (de cointégration) de Dickey-Fuller qu'à partir du début de l'année 1990. Ainsi se retrouve le clivage établi dans les paragraphes précédents autour de la mi-1990.

Si on impose aux coefficients précédents les valeurs 1 et 0, c'est-à-dire si on analyse l'écart entre cours à terme observé et cours à terme théorique, ce que nous avons appelé la base théorique dans la sous-section 3.1, on constate que cette série est stationnaire au sens des tests de cointégration de Dickey-Fuller (non augmenté car l'autocorrélation est toujours négligeable) à partir de la fin de 1989 ou du début de 1990 au seuil de 10%. Cette propriété de la base théorique montre que sa nullité constitue à partir de 1990 le point de référence des marchés, ce qui va dans le sens d'une efficacité accrue de ces marchés à partir de cette date. C'est l'inverse pour la période précédente qu'on a déjà caractérisée par la présence d'opportunités de "Reverse Cash and Carry" inexploitées.

Toutefois, en conformité avec le théorème de représentation de Granger (cf. Engle et Granger (1987)), l'existence d'une telle relation d'équilibre à partir de 1990 implique que la dynamique de l'une au moins des deux séries s'explique par la force de rappel vers cet équilibre; en d'autres termes, les dynamiques du prix au comptant et/ou du prix à terme sont partiellement pilotés par la nécessité de tendre vers la valeur d'équilibre symbolisée par la nullité de la base théorique (cf. Granger (1988)). Si la force de rappel est significative pour les deux prix, cette symétrie implique une certaine "égalité" des marchés puisque la charge de l'ajustement est partagée. Si, au contraire, la force de rappel n'est significative que pour un seul marché, ceci signifie que tout le poids de l'ajustement pèse sur un seul marché qui se borne à suivre des évolutions dictées par l'autre ou encore que le deuxième marché constitue le point de mire du premier.

Cette nouvelle forme d'inefficacité correspond ainsi de manière intuitive à la causalité telle qu'elle a été définie plus haut et amendée en tenant compte de l'écriture d'un modèle à correction d'erreur. Là encore, les tests sont mis en œuvre en effectuant des régressions sur un échantillon glissant de 100 observations, soit 4 mois environ. Les résultats des deux tests (f vers g et g vers f) fournissent à leur tour deux séries chronologiques reproduites dans la figure 9. Sachant que des valeurs élevées prises par les tests signifient un rejet de l'hypothèse nulle (absence de causalité), c'est-à-dire la présence de causalité, l'examen de leur profil fait apparaître plusieurs sous-périodes.

— Insérer Figure 9 — **Tests de causalité retardée sur échantillons glissants**

Nous ne commenterons pas de manière précise la sous-période initiale qui correspond aux années 1987 à 1989 puisque les modèles à correction d'erreur y sont faiblement validés par les données (relation de cointégration rejetée). On peut toutefois remarquer que les tous premiers points qui correspondent à l'analyse de l'année 1987 sont valides (relation de cointégration acceptée) et font apparaître une forte causalité bidirectionnelle en conformité avec l'étude d'Artus (1988) qui portait sur les mois de septembre, octobre et novembre 1987.²⁴

²⁴Le point d'abscisse 416 visible sur la figure 9 correspond au 20 octobre 1987.

Par contre, dès la fin de 1989 et le début de 1990, apparaît une réelle dissymétrie en faveur de la causalité allant de f vers g ou du terme vers le comptant. Cette dissymétrie qui met le marché à terme en position de "leader" est particulièrement remarquable sur la période allant du début de 1991 au second trimestre de 1993 ; en effet, le test de Fisher portant sur l'absence de causalité du terme vers le comptant délivre un résultat de l'ordre de 4 alors que la valeur critique est de 2,2 avec un risque de 5% et de 3,0 avec un risque de 1% (pour des degrés de liberté égaux à 6 et 88 dans notre cas) tandis que le test portant sur la causalité inverse donne une valeur de l'ordre de 1 et n'excédant que très rarement 2. Ainsi, cette sous-période allant de 1991 à la mi-1993 est remarquable par le fait que l'égalité entre les valeurs théorique et observée est une relation d'équilibre pour les marchés français et que le MATIF "domine" les marchés au comptant en leur fournissant certains signaux auxquels ces derniers s'adaptent. C'est également le cas mais dans une moindre mesure pour l'année 1990 et pour la fin de 1993. Il faut noter que cette dissymétrie s'annule au début de 1991 (guerre du Golfe) et au milieu de 1993 (crise du SME et élargissement des bandes à 15% autour des pivots), voire s'inverse au cours du premier semestre 1994.

Au total, lorsqu'on se trouve dans une situation "normale", la faiblesse relative des coûts de transaction sur le marché à terme fait que les nouvelles sont d'abord intégrées par le marché à terme et que le marché à terme fournit alors une direction pour le marché au comptant. Ce résultat peut s'interpréter comme la concrétisation du fait que les anticipations se révèlent sur le marché à terme et se propagent ensuite sur le marché au comptant.

Toutefois, lors des périodes agitées comme lors des mouvements importants de l'hiver 1990-91 ou de l'été 1993, les données plaident pour le rejet simultané de la causalité allant du terme vers le comptant et de la causalité inverse. Ces périodes agitées correspondent donc à un traitement plus efficace des informations quel que soit le marché ou encore à un arbitrage encore plus efficace. Ceci suggérerait en effet soit une très grande cohérence de tous les marchés avec les fondamentaux soit une autonomie des marchés financiers (avec une éventuelle ignorance des informations extérieures portant notamment sur les fondamentaux) où l'interaction entre marchés à terme et marchés au comptant est portée à son comble. Force est de reconnaître que nos tests ne permettent pas une discrimination entre ces deux explications et que nos résultats mériteraient d'être corroborés par d'autres travaux. Enfin, au premier semestre 1994, c'est la causalité allant de g vers f (ou du comptant vers le terme) qui devient significative, conduisant à une dissymétrie originale. Cette dernière sous-période est moins facile à caractériser ; une interprétation de cette dissymétrie pourrait être que les marchés au comptant ont joué un rôle essentiel dans le retour aux "fondamentaux" dont on se serait écarté au cours du dernier semestre de 1993. Peut-être est-ce là l'indice qu'une bulle financière aurait existé sur cette dernière période ?

4.3.1 Approche par la cointégration

A l'image de ce que nous avons réalisé dans la section précédente sur la cointégration, nous pouvons compléter cette série de tests par une vérification approfondie de l'identité entre le cours à terme théorique g_t et le cours à terme observé f_t , en d'autres termes de la nullité de ce que nous avons désigné comme la base théorique grâce à la formule (10). Il s'agit alors de vérifier si cette identité découle de restric-

tions imposées à une relation plus générale, quoique linéaire, entre les cours à terme théorique et empirique :

$$g_t = af_t + b + e_t. \quad (23)$$

Avec une telle formulation, en l'absence d'opportunité d'arbitrage et donc si le prix à terme théorique g_t s'identifie au prix à terme effectif f_t , alors on vérifie les deux contraintes :

$$a = 1 \text{ et } b = 0 \quad (24)$$

Là encore, puisque, selon toute vraisemblance, les deux variables sont non-stationnaires, le test des égalités (24) n'est possible que dans le cadre qui a été défini par Johansen (1988). Le tableau 3 indique les résultats portant sur l'existence d'au moins une relation de cointégration du type (23) entre cours à terme théorique g_t et cours à terme observé f_t et sur le fait que cette relation de cointégration s'identifie à la nullité de la base théorique, c'est-à-dire que les restrictions (24) sont supportées par les données. Etant donnée la lourdeur de la méthode, nous nous sommes bornés à l'examen des trois sous-périodes suivantes : décembre 1986 à juin 1990, juillet 1990 à juillet 1993, août 1993 à juin 1996.²⁵ En procédant ainsi, nous nous attendons essentiellement à faire ressortir la "pureté" de la sous-période intermédiaire.

Tableau 3
**Approche de la cointégration multivariée
du prix à terme et prix au comptant**

L'échantillon porte sur la période février 1986-juin 1996. Le modèle estimé est :

$$\Delta g_t = \alpha + \beta \Delta g_{t-1} + \gamma \Delta f_t + \delta \Delta f_{t-1} + \lambda(g_{t-1} - af_{t-1} - b)$$

g_t est le prix au comptant, f_t prix à terme. Le seuil critique à 10% de la statistique λ_{max} est 10,3, celui de la statistique Trace vaut 17,8.

| Périodes | | 12/86 - 06/90 | 07/90 - 07/93 | 08/93 - 06/96 | 12/86- 06/96 |
|--------------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| $H_0 :$ | λ_{max} | 32,1 | 55,6 | 68,8 | 60,1 |
| | Trace | 34,7 | 57,5 | 69,5 | 62 |
| vap | | 0,0356 | 0,0701 | 0,0921 | 0,0250 |
| $a = 1$ | $\chi^2(1)$ | 0,69 | 2,95 | 0,25 | 4,52 |
| | p-valeur | 0,41 | 0,09 | 0,62 | 0,03 |
| $b = 0$ | $\chi^2(1)$ | 1,06 | 3,12 | 0,06 | 5,26 |
| | p-valeur | 0,30 | 0,08 | 0,81 | 0,02 |
| $a = 1, b = 0$ | $\chi^2(2)$ | 13,09 | 5,01 | 20,11 | 12,25 |
| | p-valeur | 0,00 | 0,08 | 0,00 | 0,00 |
| DCash | $\lambda(t)$ | 0,051 (1,1) | -0,322 (2,6) | -0,170 (1,0) | 0,004 (0,1) |
| DFuture | $\lambda(t)$ | 0,158 (3,3) | 0,088 (0,7) | 0,362 (2,0) | 0,113 (3,3) |
| exogénéité | $\chi^2(1)$ | 1,14 | 0,50 | 0,91 | 0,01 |
| | p-valeur | 0,29 | 0,48 | 0,34 | 0,90 |
| qui ? | | DCASH | DFUTURE | DCASH | DCASH |
| exogénéité +parité | $\chi^2(2)$ | 14,26 | 5,18 | 20,67 | 12,73 |
| | p-valeur | 0,00 | 0,16 | 0,00 | 0,01 |
| qui ? | | DCASH | DFUTURE | DCASH | DCASH |

²⁵Pour cette étude également réalisée à l'aide du logiciel CATS in RATS, le modèle VAR associé a été considéré avec cinq retards et les tests portent cette fois sur des échantillons de grande taille (respectivement 870, 769 et 217 points journaliers).

Les résultats consignés dans le tableau 3 montrent que l'inexistence d'une relation de cointégration est toujours rejetée au seuil de confiance de 10%, que l'on considère la statistique " λ_{max} " ou la statistique "Trace", ce rejet étant particulièrement fort pour la sous-période intermédiaire. Par contre, les tests - qui ne figurent pas dans le tableau - sont en faveur de l'acceptation d'une seule relation de cointégration.²⁶ Les lignes suivantes du tableau 3 signifient que les contraintes (24) ne sont acceptées au seuil de 5% que dans le cas de la seule période intermédiaire, ce qui correspond bien à l'intuition exprimée ci-dessus.

La problématique de Johansen permet également de tester l'exogénéité faible dans un esprit qui s'apparente partiellement au nôtre lorsque nous avons procédé plus haut aux tests de causalité à la Granger. En effet, puisque nous venons d'accepter l'existence d'une relation du type (23), avec ou sans les restrictions (24), comme relation de long terme entre prix à terme théorique et effectif, il est judicieux de rechercher si l'écart à cet équilibre de long terme joue un rôle dans la dynamique de court terme de l'un quelconque de ces prix à terme; dans le cas où l'un de ces prix aurait sa dynamique de court terme qui ne serait pas influencée par la relation de long terme, ce prix à terme serait "faiblement exogène" au sens où ce concept a été introduit par Engle, Hendry et Richard (1983).

Tout d'abord, sur la base des statistiques de Student fournies par le logiciel CATS pour les coefficients des forces de rappel, nous pouvons repérer quel coefficient est significativement non nul et a une signification en tant que force de rappel. A cet égard, il convient de noter que la dernière sous-période ne fait pas apparaître de force de rappel très significative, ce qui est cohérent avec l'idée énoncée plus haut que, sur cette sous-période, aucun marché ne prend réellement le pas sur l'autre et que les informations ont été immédiatement et parallèlement intégrées sur tous les marchés.²⁷ Ensuite, nous procédons au test de l'exogénéité faible pour la variable dont la dynamique de court terme ne semble pas affectée par l'écart à la relation non contrainte de long terme entre les prix à terme (théorique et effectif) - le test est alors un test de l'exogénéité "pure" - ou par l'écart à la parité des prix à terme - le test est alors un test joint de l'exogénéité et des restrictions (24) -. Ce dernier test délivre le résultat le plus intéressant, à savoir que seule la période intermédiaire fait apparaître le prix à terme effectif comme faiblement exogène, au seuil de 10%, et le prix à terme théorique comme étant le seul à supporter l'ajustement vers une relation de parité entre les deux prix à terme. Ceci signifie comme on l'a déjà vu tout à l'heure que, sur cette sous-période, le marché à terme n'a pas été influencé par le marché au comptant alors que l'inverse a été vrai. Ceci confirme vraiment l'idée d'un leadership du marché à terme lors d'une période calme où ce marché a atteint sa maturité.

5 Conclusions

L'étude de l'existence d'opportunités d'arbitrage entre marché à terme et marché au comptant nous a amené à distinguer deux périodes distinctes : janvier 87 à juin 90 d'une part et juillet 90 à juin 96 d'autre part. L'efficacité au sens strict ne peut

²⁶Il convient de noter le faible module de la valeur propre (0,0350, 0,0614 et 0,0961) mais, celui-ci étant obtenu avec des échantillons importants, nous pouvons cependant accorder une certaine confiance aux tests.

²⁷Cette remarque vaut dans le contexte d'une périodicité quotidienne et n'exclut pas que, à l'intérieur d'une journée, il y ait propagation des news d'un marché vers l'autre.

être rejetée sur la deuxième période alors qu'elle est rejetée sur la première. Toutefois la prise en compte de certaines particularités institutionnelles du fonctionnement du marché au comptant (quasi-absence d'un marché de prêt de titres sur la première période) permet largement d'expliquer cette inefficience sur la période allant de janvier 87 à juin 90.

Pour ce qui concerne la rationalité des anticipations sur le marché à terme, les deux catégories de tests mis en œuvre (sur données en coupe et sur données temporelles) aboutissent à la même conclusion globale : l'hypothèse d'anticipations rationnelles ne peut être rejetée pour le marché à terme.

Enfin l'étude de la causalité menée sur des échantillons glissants de données journalières souligne la forte interaction instantanée entre le marché au comptant et le marché à terme. Au-delà de ce constat, lorsqu'on examine la causalité retardée, on perçoit une prééminence certaine du marché à terme sur le marché au comptant sur la période qui va du début de 1990 à la mi-1993. Cette prééminence se serait estompée en fin de période avec une légère inversion au cours de l'année 94.

Toutes ces analyses, et plus particulièrement l'étude de causalité, n'ont qu'une signification relative puisque portant seulement sur des données quotidiennes. Des résultats réellement significatifs nécessiteraient l'emploi de données infra-quotidiennes mais celles-ci ne sont pas facilement disponibles. Une perspective qui est plus à notre portée réside dans l'étude de la volatilité et notamment celle des transferts de volatilité. C'est vers cette étude que tendront nos efforts en exploitant les données quotidiennes dont nous disposons déjà.

6 Bibliographie

- Artus, P., 1988, Les éventuelles propriétés déstabilisantes d'un marché à terme, Note 88-62, DGE, Banque de France.
- Avouyi-Dovu, A., Lai-Tong, C. et Salomon R., 1993a, Analyse Statistique du Matif, Document d'étude 93-08F, Caisse des Dépôts.
- Avouyi-Dovu, A., Lai-Tong, C. et Leroux, V., 1993b, Que peuvent apporter les données du marché à l'explication des cours du Matif, Document d'étude 93-15F, Caisse des Dépôts.
- Beau, D., 1994, Financial derivatives and price destabilization. Some empirical evidence from the French market, DMC, Banque de France.
- Engle, R. F. et Granger, C. W. J., 1987, Co-integration and error correction : representation, estimation and testing, *Econometrica*, Vol. 55, p. 251-276.
- Engle, R. F., Hendry, D. F. et Richard, J. F., 1983, Exogeneity, *Econometrica*, Vol. 51, p. 277-304.
- Johansen, S., 1988, Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, p. 231-254.
- Johansen, S., 1991, Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models, *Econometrica*, Vol. 59, p. 1551-1580.
- Johansen, S. et Juselius, K., 1992, Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and the UIP for UK, *Journal of Econometrics*, Vol. 53, p. 211-244.

- Frankel, J. A. et Wei, S., 1994, Are option-implied forecasts of exchange rate volatility excessively variable? Document de travail NBER 3910.
- Friedman, M., 1953, *Essays in Positive Economics*, Chicago University Press.
- Genotte, G. et Leland, H., 1990, Market liquidity, hedging and crashes, *American Economic Review*, p. 999-1021.
- Gouriéroux, C. et Monfort, A., 1990, *Cours de Séries Temporelles*, Economica, Paris.
- Granger, C. W. J., 1969, Investigating causal relations by econometric models and cross spectral methods, *Econometrica*, Vol. 36, p. 424-438.
- Granger, C. W. J., 1988, Some recent developments in a concept of causality, *Journal of Econometrics*, Vol. 39, p. 199-211.
- Heath D., Jarrow, R. et Morton, A. J., 1992, Bond pricing and the term structure of interest rates. A new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica*, Vol. 60, p. 77-106.
- Kawai, M., 1983, Prive volatility of storable commodities under rational expectations in spot and futures markets, *International Economic Review*, Vol. 24, p. 43-54.
- Newberry, D., 1984, *The Manipulation of Futures Markets by a Dominant Producer*, in Anderson, R. W., ed., *The Industrial Organization of Futures Markets*, (Lexington, MA), Chapter 2.
- Newberry, D., 1987, When do futures destabilize spot prices?, *International Economic Review*, Vol. 28, No. 2, p. 291-297.
- Roure, F., 1987, *Les Mécanismes du Matif*, Economica.
- Tobin, J., 1978, A proposal for international monetary reform, *Eastern Economic Journal*, Vol. 4, p. 153-159.

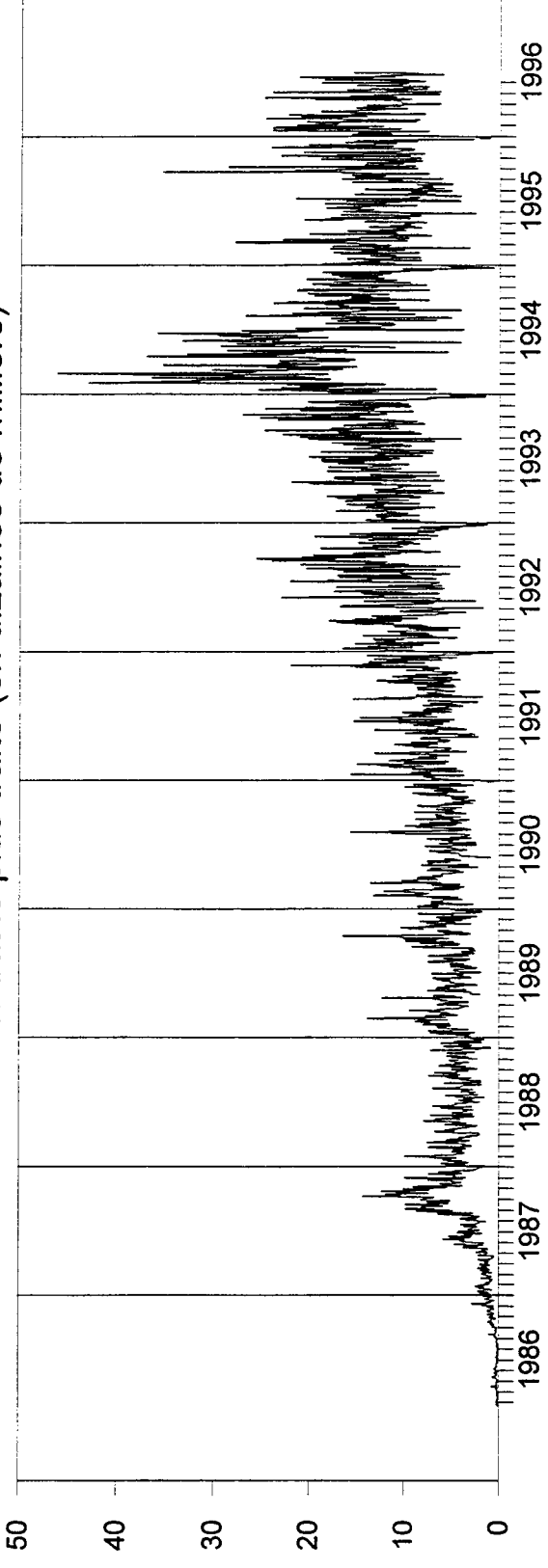
Annexes

Emprunts du Gisement

| | Code Sicovam | Intitulé | Date de remboursement |
|----|--------------|----------------------|-----------------------|
| 1 | 8186 | Emprunt 13,20 % 1983 | 19/09/1995 |
| 2 | 8248 | Emprunt 12,60 % 1983 | 21/12/1995 |
| 3 | 4325 | OAT 9,90 % 1994 | 30/09/1994 |
| 4 | 10025 | OAT 9,80% 1996 | 30/01/1996 |
| 5 | 4141 | Emprunt 11,60 % 1984 | 08/10/1996 |
| 6 | 10144 | OAT 7,50 % 1995 | 25/07/1995 |
| 7 | 10246 | OAT 8,50 % 1997 | 25/06/1997 |
| 8 | 10023 | Emprunt 10,26 % 1986 | 12/03/1996 |
| 9 | 4370 | OAT 9,90 % 1997 | 13/12/1997 |
| 10 | 10024 | OAT 9,70 % 1997 | 13/12/1997 |
| 11 | 11048 | OAT 9,50 % 1998 | 25/12/1998 |
| 12 | 11348 | OAT 8,125 % 1999 | 25/05/1999 |
| 13 | 4266 | OAT 10 % 2000 | 27/05/2000 |
| 14 | 11641 | OAT 8,50 % 2000 | 28/03/2000 |
| 15 | 10145 | OAT 7,50 % 2001 | 25/07/2001 |
| 16 | 11878 | OAT 9,50 % 2001 | 25/01/2001 |
| 17 | 10247 | OAT 8,50 % 2002 | 25/11/2002 |
| 18 | 19385 | OAT 8,50 % 2003 | 25/04/2003 |
| 19 | 19465 | OAT 6,75 % 2003 | 25/10/2003 |
| 20 | 11351 | OAT 8,25 % 2004 | 27/02/2004 |
| 21 | 19537 | OAT 5,50 % 2004 | 25/04/2004 |
| 22 | 19603 | OAT 6,75 % 2004 | 25/10/2004 |
| 23 | 19643 | OAT 7,50 % 2005 | 25/04/2005 |
| 24 | 19699 | OAT 7,75 % 2005 | 25/10/2005 |
| 25 | 19734 | OAT 7,25 % 2006 | 25/04/2006 |

Figure 1

Volume du contrat le plus traité (en dizaines de milliers)



Echéance du contrat le plus traité

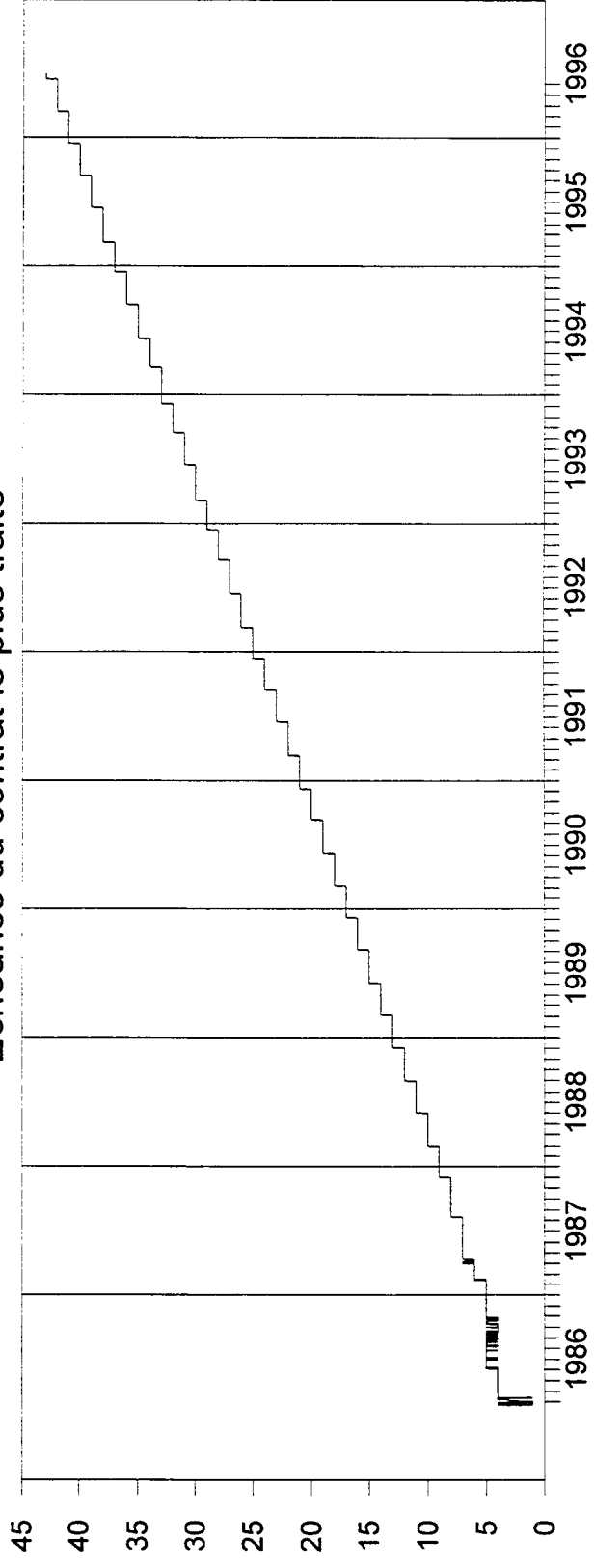


Figure 2
Ecart de prix entre contrats successifs et cumul

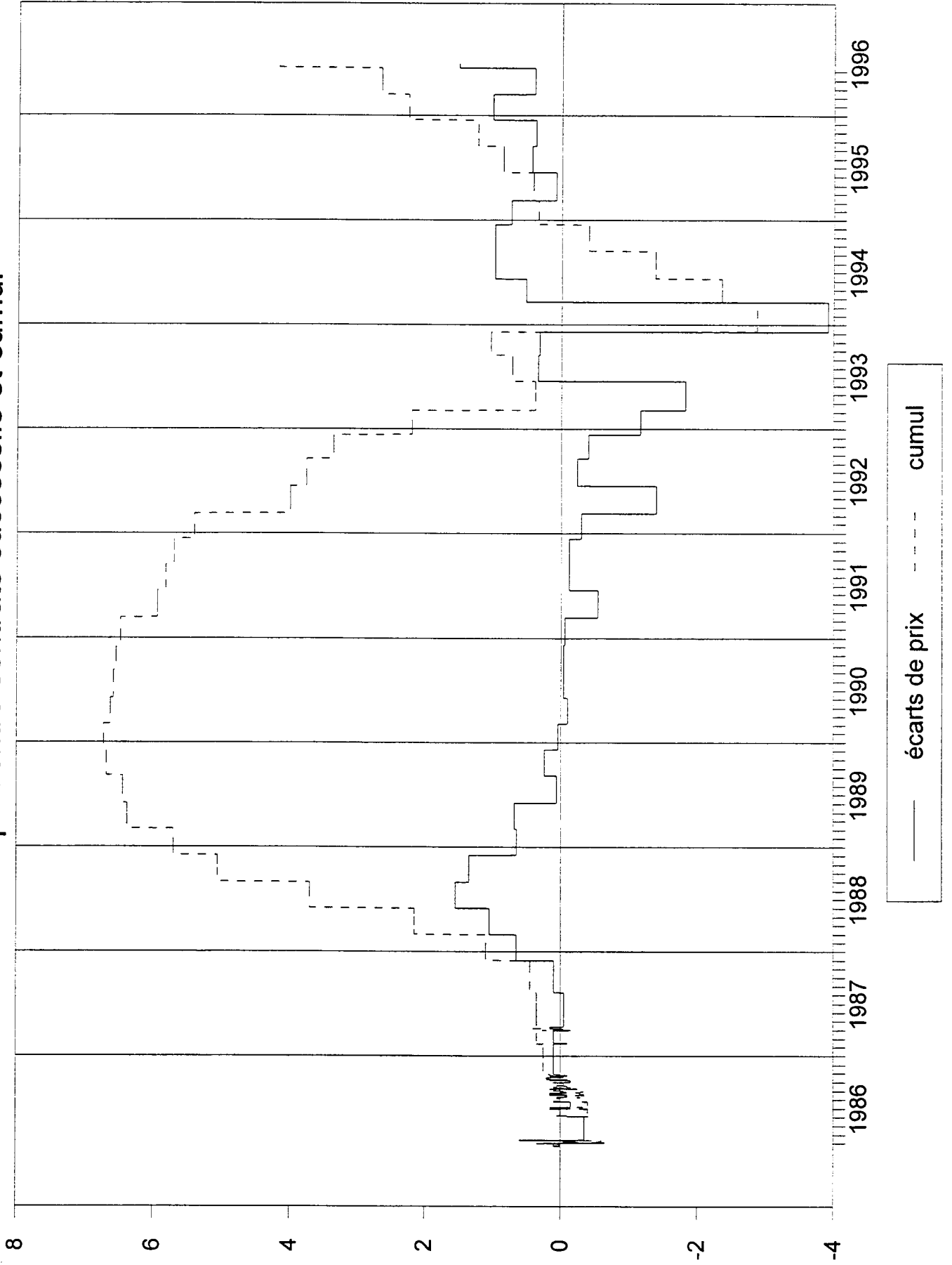


Figure 3
Prix à terme et prix à terme corrigé

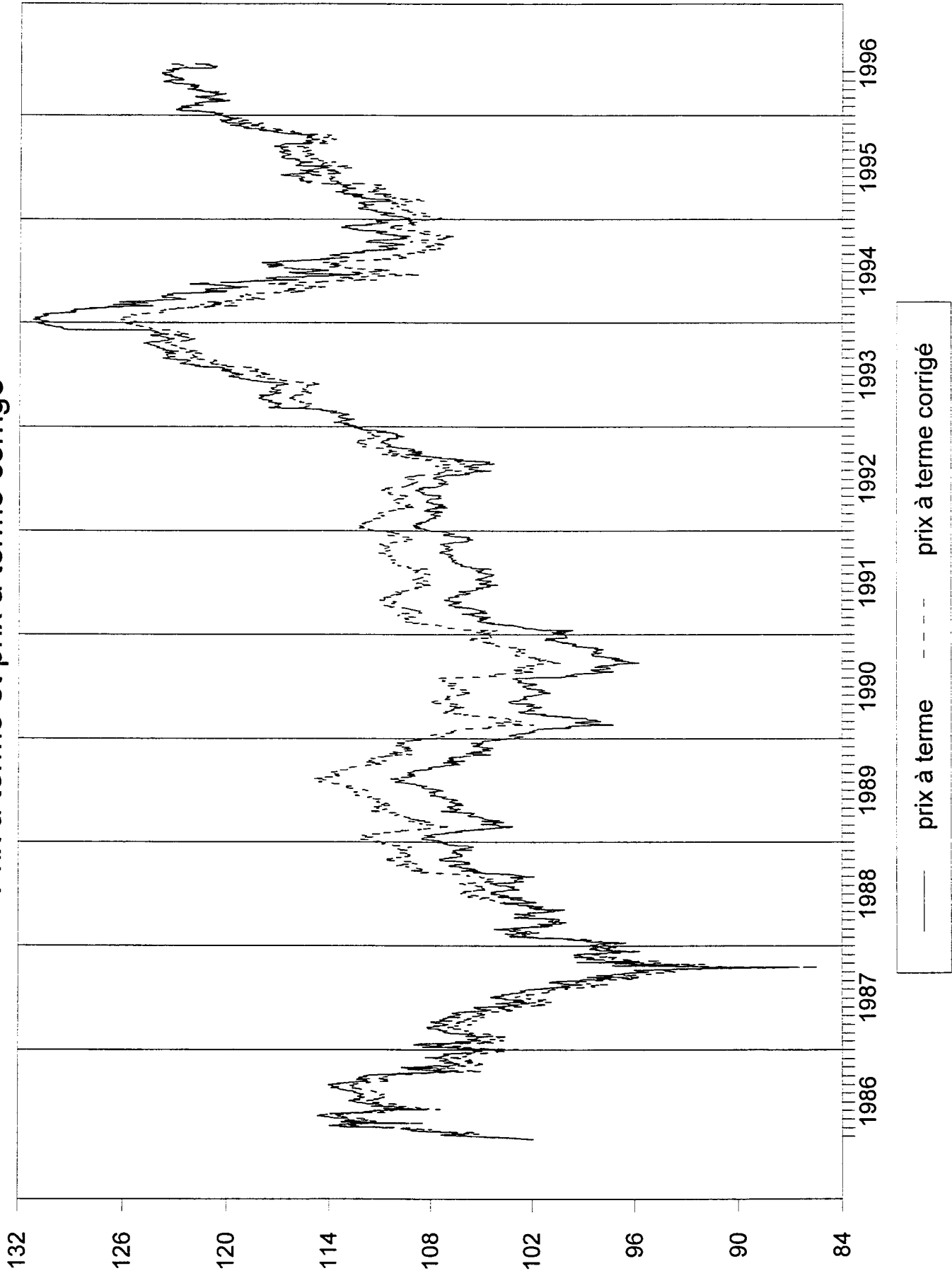


Figure 4

Obligation la moins chère à porter

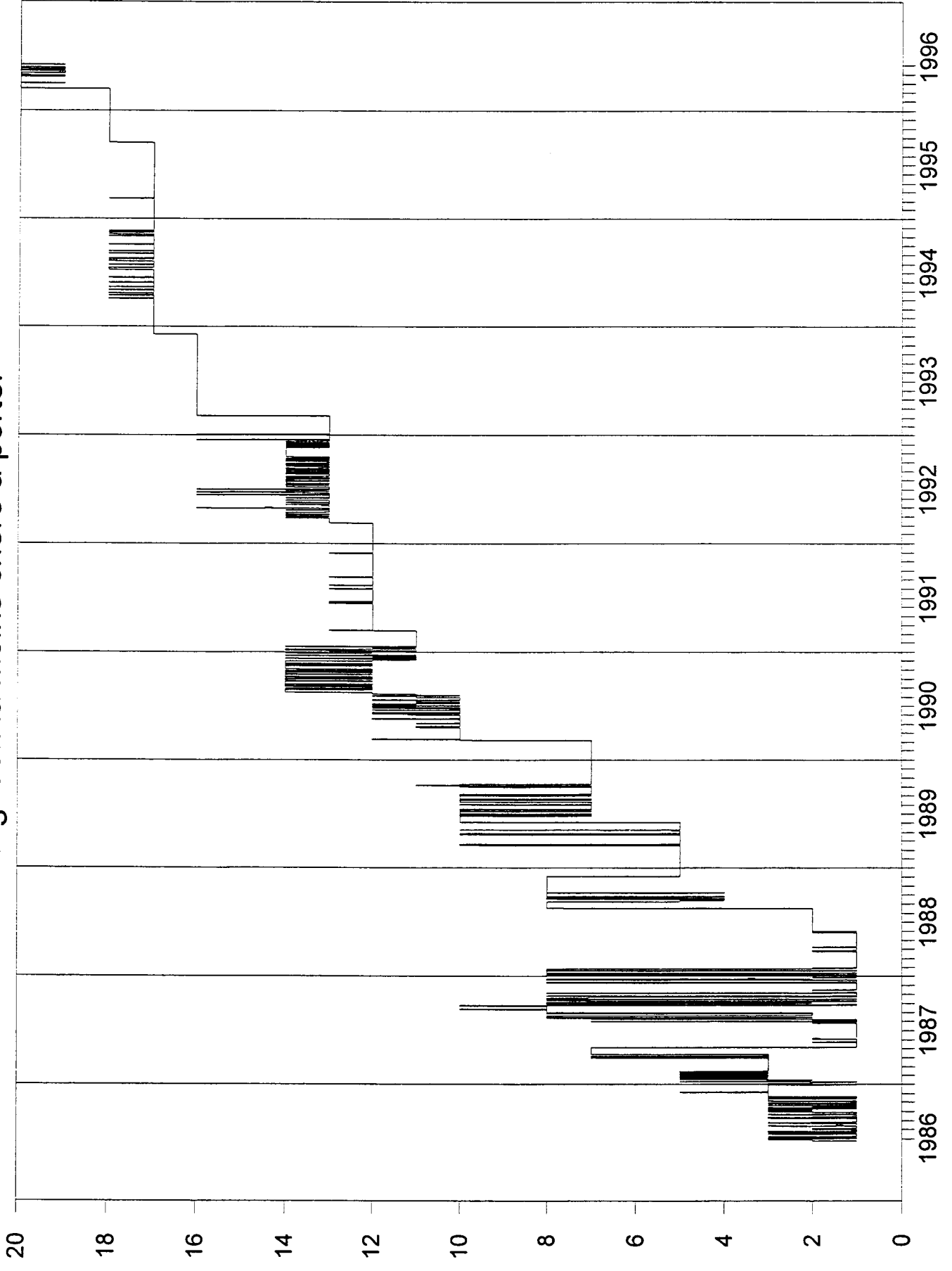


Figure 5
Base théorique

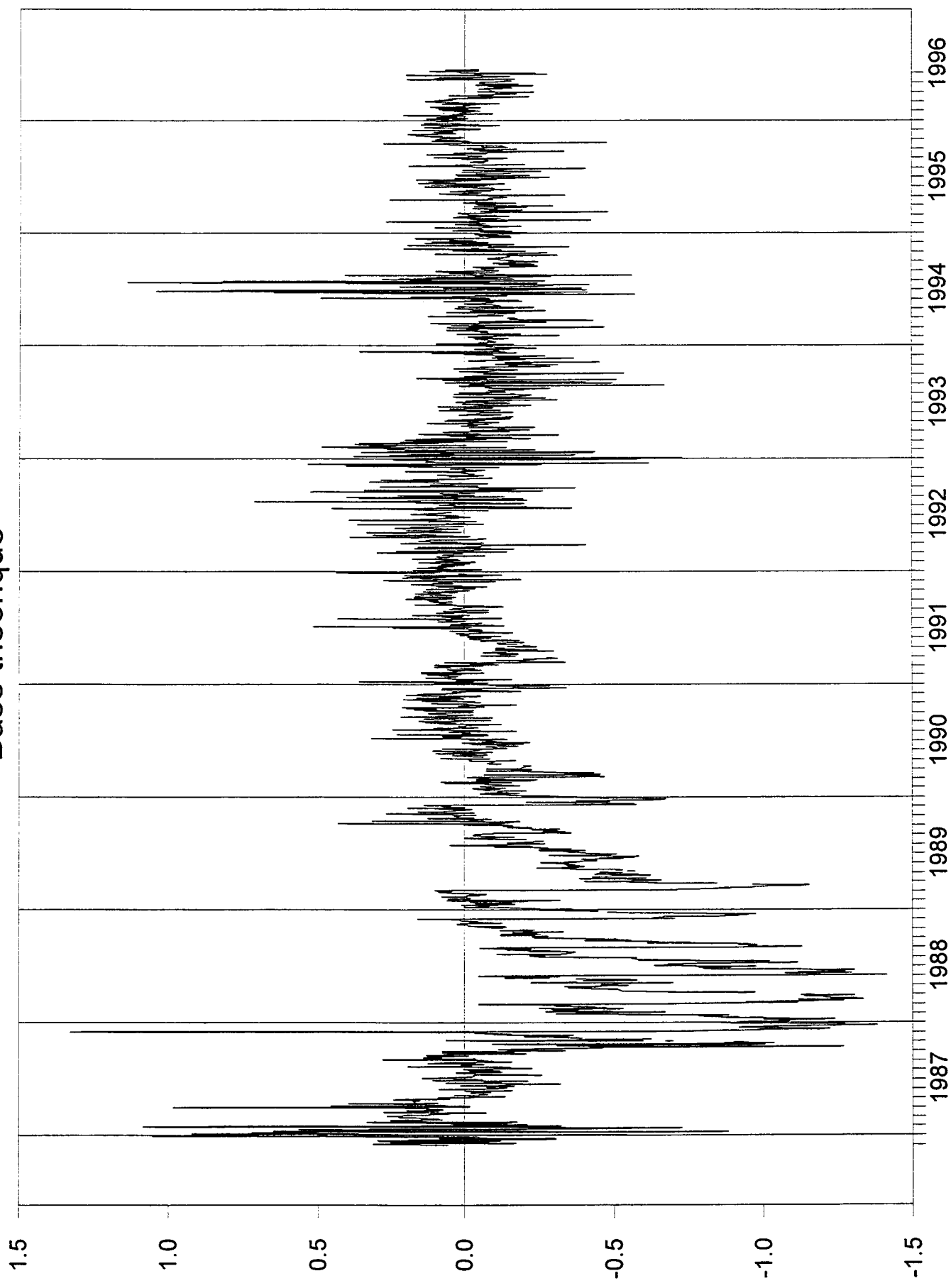


Figure 6

Rendement du "Cash and Carry"

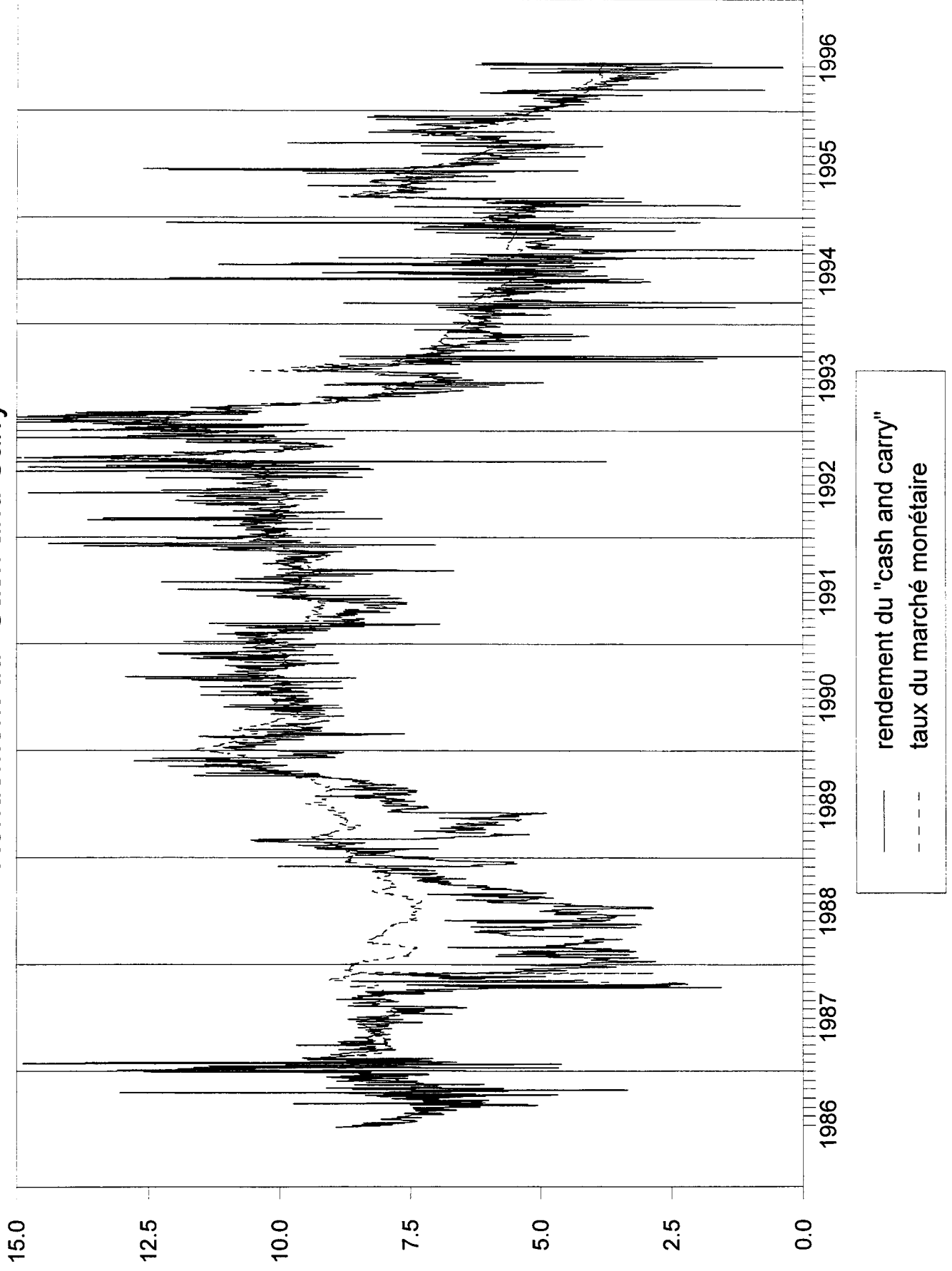


Figure 7
Autocorrélogramme des prix à terme différenciés une fois

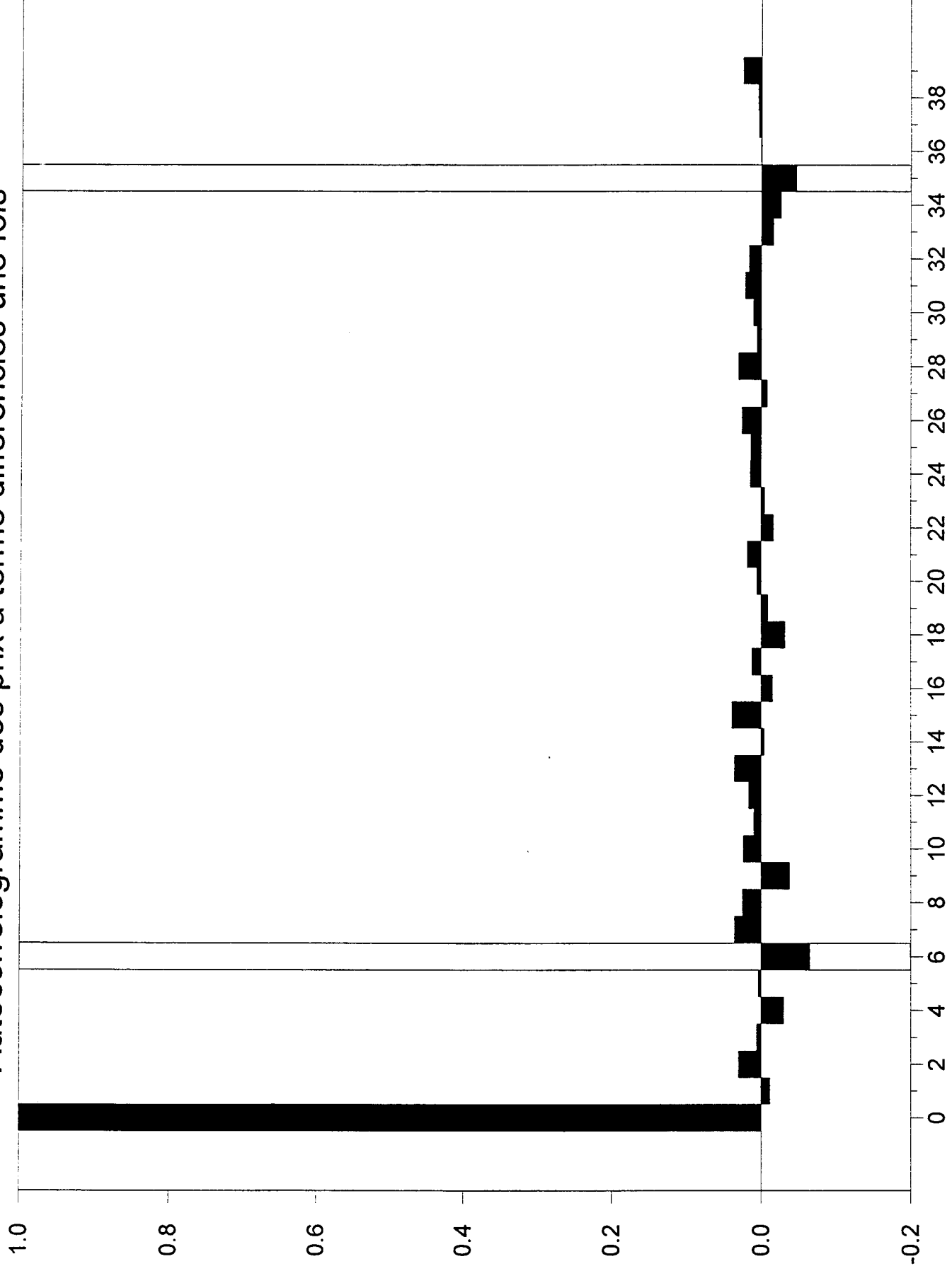
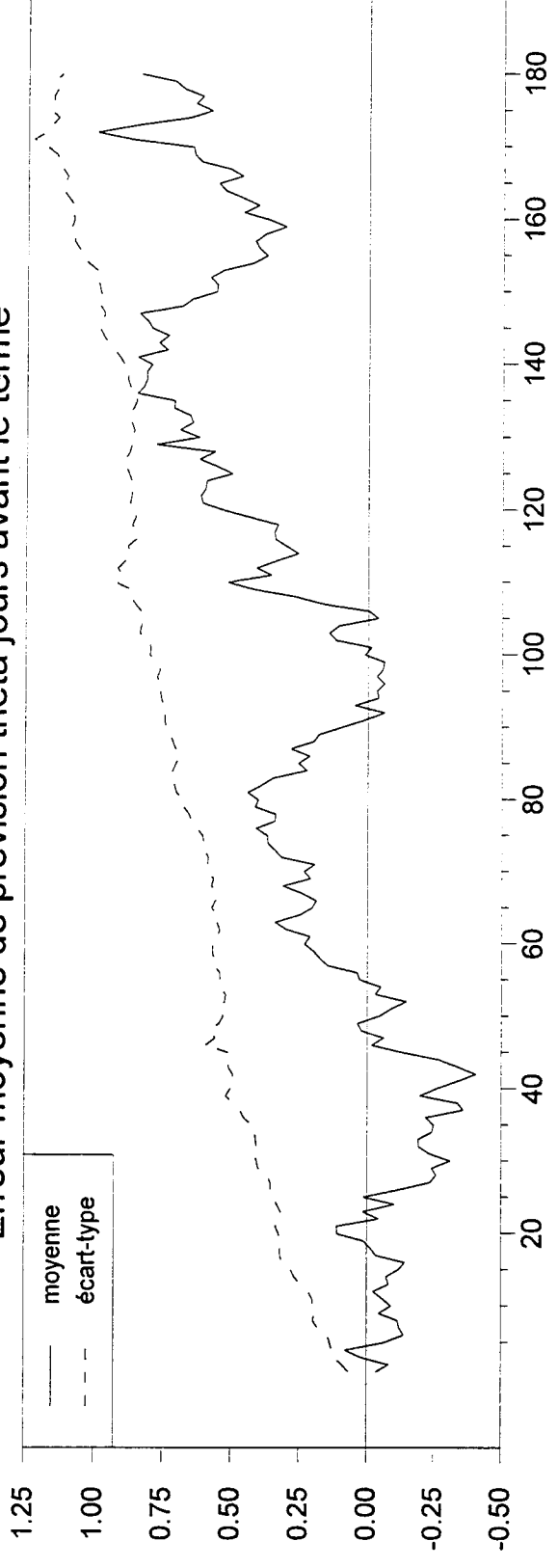


Figure 8

Erreur moyenne de prévision theta jours avant le terme



Statistique t pour la prévision theta jours avant le terme

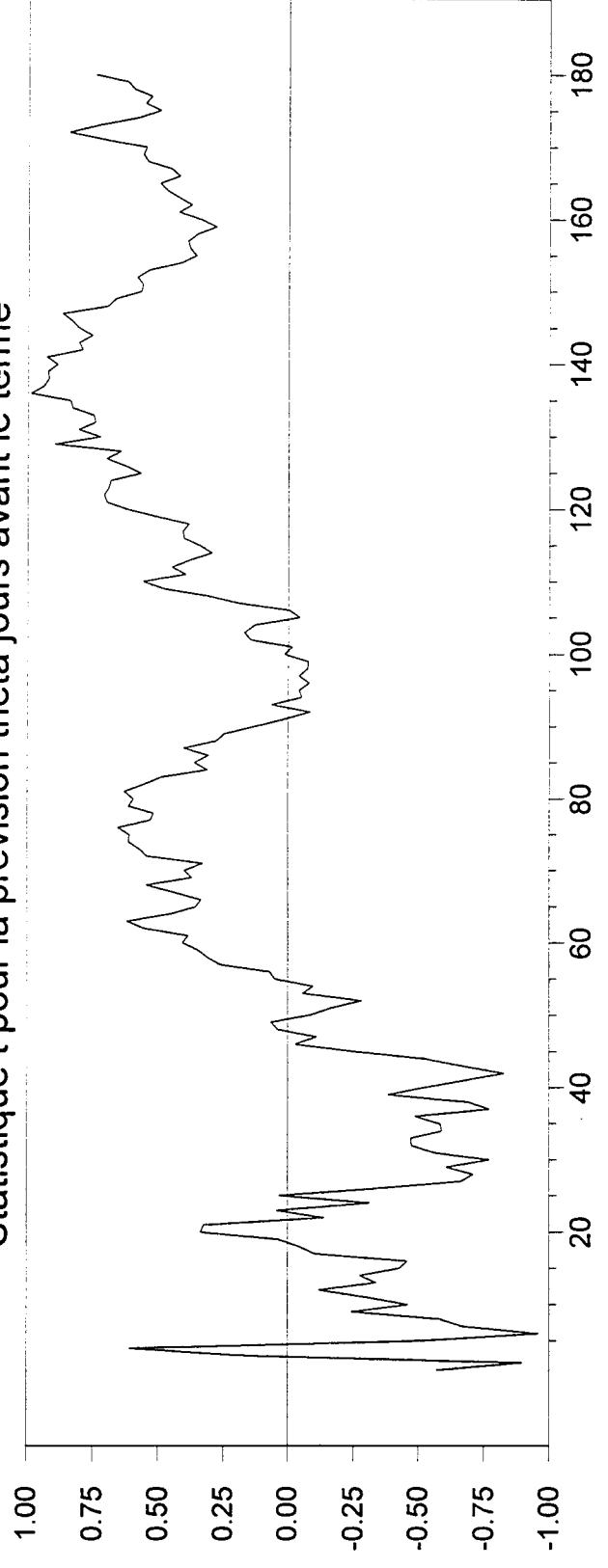
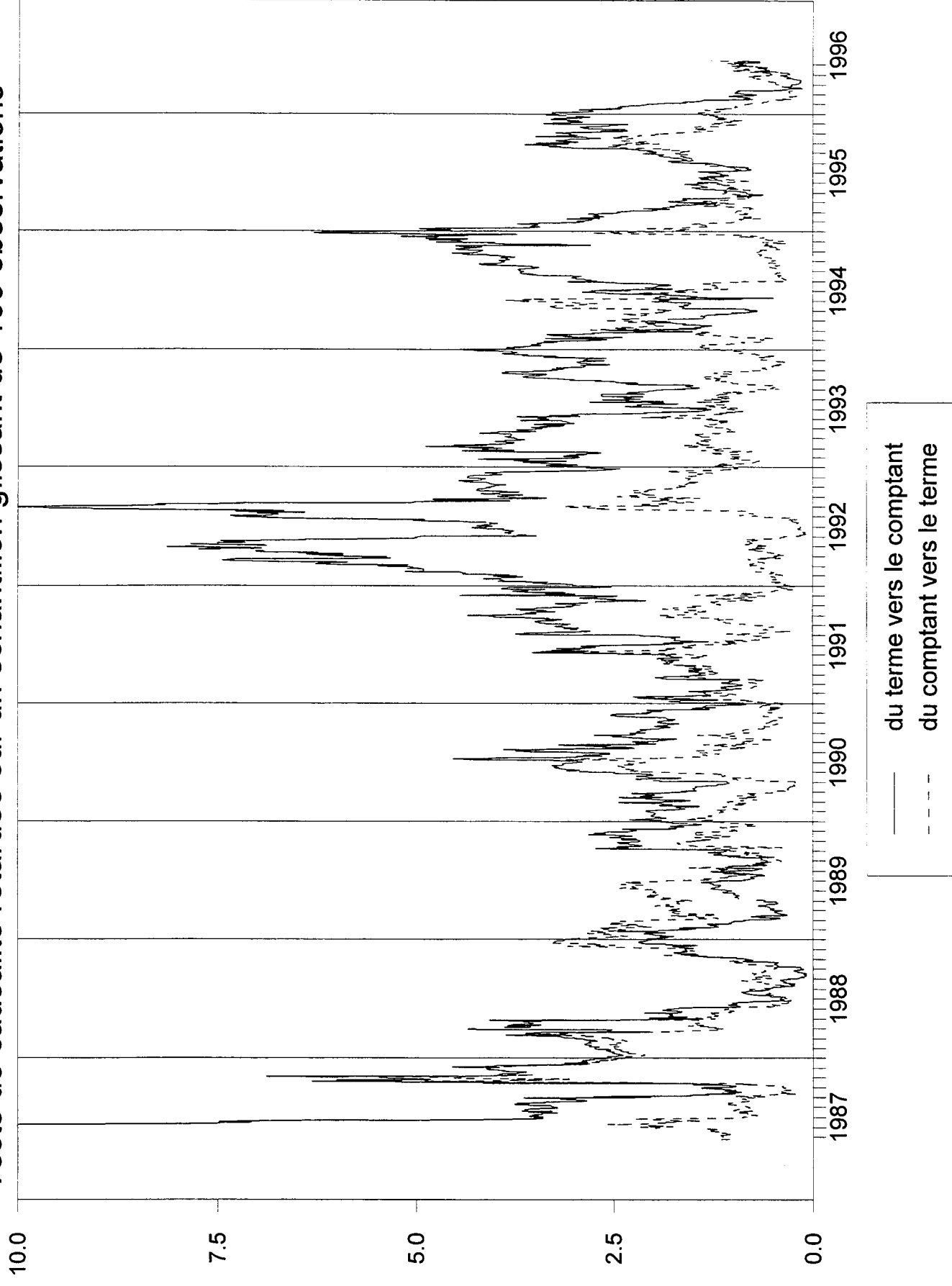


Figure 9

Tests de causalité retardée sur un échantillon glissant de 100 observations



Notes d'Études et de Recherche

1. C. Huang and H. Pagès, "Optimal Consumption and Portfolio Policies with an Infinite Horizon: Existence and Convergence," May 1990.
2. C. Bordes, « Variabilité de la vitesse et volatilité de la croissance monétaire : le cas français », février 1989.
3. C. Bordes, M. Driscoll and A. Sauviat, "Interpreting the Money-Output Correlation: Money-Real or Real-Real?," May 1989.
4. C. Bordes, D. Goyeau et A. Sauviat, « Taux d'intérêt, marge et rentabilité bancaires : le cas des pays de l'OCDE », mai 1989.
5. B. Bensaid, S. Federbusch et R. Gary-Bobo, « Sur quelques propriétés stratégiques de l'intéressement des salariés dans l'industrie », juin 1989.
6. O. De Bandt, « L'identification des chocs monétaires et financiers en France : une étude empirique », juin 1990.
7. M. Boutillier et S. Dérangère, « Le taux de crédit accordé aux entreprises françaises : coûts opératoires des banques et prime de risque de défaut », juin 1990.
8. M. Boutillier and B. Cabrillac, "Foreign Exchange Markets: Efficiency and Hierarchy," October 1990.
9. O. De Bandt et P. Jacquinot, « Les choix de financement des entreprises en France : une modélisation économétrique », octobre 1990 (English version also available on request).
10. B. Bensaid and R. Gary-Bobo, "On Renegotiation of Profit-Sharing Contracts in Industry," July 1989 (English version of NER n° 5).
11. P. G. Garella and Y. Richelle, "Cartel Formation and the Selection of Firms," December 1990.
12. H. Pagès and H. He, "Consumption and Portfolio Decisions with Labor Income and Borrowing Constraints," August 1990.
13. P. Sicsic, « Le franc Poincaré a-t-il été délibérément sous-évalué ? », octobre 1991.
14. B. Bensaid and R. Gary-Bobo, "On the Commitment Value of Contracts under Renegotiation Constraints," January 1990 revised November 1990.
15. B. Bensaid, J.-P. Lesne, H. Pagès and J. Scheinkman, "Derivative Asset Pricing with Transaction Costs," May 1991 revised November 1991.
16. C. Monticelli and M.-O. Strauss-Kahn, "European Integration and the Demand for Broad Money," December 1991.
17. J. Henry and M. Phelipot, "The High and Low-Risk Asset Demand of French Households: A Multivariate Analysis," November 1991 revised June 1992.
18. B. Bensaid and P. Garella, "Financing Takeovers under Asymmetric Information," September 1992.

19. A. de Palma and M. Uctum, "Financial Intermediation under Financial Integration and Deregulation," September 1992.
20. A. de Palma, L. Leruth and P. Régibeau, "Partial Compatibility with Network Externalities and Double Purchase," August 1992.
21. A. Frachot, D. Janci and V. Lacoste, "Factor Analysis of the Term Structure: a Probabilistic Approach," November 1992.
22. P. Sicsic et B. Villeneuve, « L'Afflux d'or en France de 1928 à 1934 », janvier 1993.
23. M. Jeanblanc-Picqué and R. Avesani, "Impulse Control Method and Exchange Rate," September 1993.
24. A. Frachot and J.-P. Lesne, "Expectations Hypothesis and Stochastic Volatilities," July 1993 revised September 1993.
25. B. Bensaïd and A. de Palma, "Spatial Multiproduct Oligopoly," February 1993 revised October 1994.
26. A. de Palma and R. Gary-Bobo, "Credit Contraction in a Model of the Banking Industry," October 1994.
27. P. Jacquinet et F. Mihoubi, « Dynamique et hétérogénéité de l'emploi en déséquilibre », septembre 1995.
28. G. Salmat, « Le retournement conjoncturel de 1992 et 1993 en France : une modélisation V.A.R. », octobre 1994.
29. J. Henry and J. Weidmann, "Asymmetry in the EMS Revisited: Evidence from the Causality Analysis of Daily Eurorates," February 1994 revised October 1994.
30. O. De Bandt, "Competition Among Financial Intermediaries and the Risk of Contagious Failures," September 1994 revised January 1995.
31. B. Bensaïd et A. de Palma, « Politique monétaire et concurrence bancaire », janvier 1994 révisé en septembre 1995.
32. F. Rosenwald, « Coût du crédit et montant des prêts : une interprétation en terme de canal large du crédit », septembre 1995.
33. G. Cette et S. Mahfouz, « Le partage primaire du revenu : constat descriptif sur longue période », décembre 1995.
34. H. Pagès, "Is there a Premium for Currencies Correlated with Volatility ? Some Evidence from Risk Reversals," January 1996.
35. E. Jondeau and R. Ricart, "The Expectations Theory : Tests on French, German and American Euro-rates," June 1996.
36. B. Bensaïd et O. De Bandt, « Les stratégies "stop-loss" : théorie et application au Contrat Notionnel du Matif », juin 1996.

37. C. Martin et F. Rosenwald, « Le marché des certificats de dépôts. Écarts de taux à l'émission : l'influence de la relation émetteurs-souscripteurs initiaux », avril 1996.
38. Banque de France - CEPREMAP - Direction de la Prévision - Erasme - INSEE - OFCE, « Structures et propriétés de cinq modèles macroéconomiques français », juin 1996.
39. F. Rosenwald, « L'influence des montants émis sur le taux des certificats de dépôts », octobre 1996.
40. L. Baumel, « Les crédits mis en place par les banques AFB de 1978 à 1992 : une évaluation des montants et des durées initiales », novembre 1996.
41. G. Cette et E. Kremp, « Le passage à une assiette valeur ajoutée pour les cotisations sociales : Une caractérisation des entreprises non financières “gagnantes” et “perdantes” », novembre 1996.
42. S. Avouyi-Dovi, E. Jondeau et C. Lai Tong, « Effets “volume”, volatilité et transmissions internationales sur les marchés boursiers dans le G5 », avril 1997.
43. E. Jondeau et R. Ricart, « Le contenu en information de la pente des taux : Application au cas des titres publics français », juin 1997.
44. B. Bensaid et M. Boutillier, « Le contrat notionnel : Efficience et efficacité », juillet 1997.

Pour tous commentaires ou demandes sur les Notes d'Études et de Recherche, contacter la bibliothèque du Centre de recherche à l'adresse suivante :

For any comment or enquiries on the Notes d'Études et de Recherche, contact the library of the Centre de recherche at the following address:

BANQUE DE FRANCE
41.1391 - Centre de recherche
75 049 Paris CEDEX
tél : 01 42 92 49 55
fax : 01 42 92 62 92
email : thierry.demoulin@banque-france.fr