

---

**NOTES D'ÉTUDES**

---

**ET DE RECHERCHE**

---

**LA MESURE DU RATIO  
RENDEMENT-RISQUE À PARTIR DU  
MARCHÉ DES EURO-DEVISES**

Eric Jondeau

janvier 1999

**NER # 59**



DIRECTION GÉNÉRALE DES ÉTUDES  
DIRECTION DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES ET DE LA RECHERCHE

**LA MESURE DU RATIO  
RENDEMENT-RISQUE A PARTIR DU  
MARCHÉ DES EURO-DEVISES**

Eric Jondeau

janvier 1999

**NER # 59**

Les Notes d'Études et de Recherche reflètent les idées personnelles de leurs auteurs et n'expriment pas nécessairement la position de la Banque de France.

# La mesure du ratio rendement-risque à partir du marché des euro-devises

Eric Jondeau\*

Janvier 1999

## Résumé

Nous étudions dans ce papier la relation entre le rendement et le risque pour les marchés de taux sur l'euro-dollar, l'euro-mark et l'euro-franc, de 1975 à 1997. Nous testons la relation entre l'excès de rendement de portage et la volatilité à partir d'une modélisation ARCH-in-Mean. Nous trouvons tout d'abord que la variance conditionnelle évolue selon une dynamique non-stationnaire, qu'il n'existe pas d'effets d'asymétrie des chocs de rendement sur la variance et que la distribution conditionnelle la plus adaptée est la loi de Student pour l'euro-dollar et la GED pour l'euro-mark et l'euro-franc. Nous obtenons alors que la meilleure relation entre l'excès de rendement et le risque est obtenue lorsque le risque est représenté par le logarithme de la volatilité pour les trois marchés. Finalement, les estimations du ratio rendement-risque sont plus faibles que celles obtenues à partir des rendements boursiers, mais du même ordre que celles issues des rendements monétaires et obligataires.

## Abstract

In this paper, we study the reward-to-risk ratio, using monthly euro-dollar, euro-mark and euro-franc term structures between 1975 and 1997. We test the relationship between excess holding return and volatility in an ARCH-in-Mean framework. We first obtain that the conditional volatility displays a non-stationary pattern, that there is no asymmetric effects from shocks to volatility, and that the conditional density is well represented by a student's  $t$  distribution for the euro-dollar and by a GED for the euro-mark and the euro-franc. We then find that the best relation between excess return and risk is obtained when the risk is represented by the logarithm of the conditional volatility. Last the estimates of the reward-to-risk ratio are lower than to those obtained in previous empirical studies on stock returns but similar to those obtained on monetary and bond returns.

Mots-clés : Structure par terme des taux d'intérêt, Ratio rendement-risque, Modèle ARCH-in-Mean.

Classification JEL : E43, G11.

---

\*Banque de France, 41-1391 Centre de recherche, 31 rue Croix des Petits Champs, 75049 Paris, France, tél. : 01-42-92-49-89, fax : 01-42-92-27-66, E-mail : ejondeau@banque-france.fr.

# 1 Introduction

La relation entre le rendement d'un actif et son risque est centrale dans la plupart des modèles d'évaluation d'actif. Elle repose sur l'idée que l'excès de rendement d'un titre risqué, c'est-à-dire le rendement supplémentaire octroyé par cet actif par rapport à l'actif sans risque, doit dépendre du risque encouru par la détention de l'actif. Par exemple, dans le modèle de choix de portefeuille, développé notamment par Markowitz (1952 et 1959), l'investisseur sélectionne son portefeuille optimal en fonction du rendement anticipé et de la variance du rendement, selon le critère espérance-variance. La frontière d'efficacité, correspondant à l'ensemble des portefeuilles optimaux pour un niveau de risque donné, est alors définie à partir d'une relation positive entre le risque (à travers la variance, ou l'écart-type) et le rendement anticipé.

Le *Capital Asset Pricing Model* (ou CAPM), élaboré par Sharpe (1964) et Litner (1965), établit en outre que le rendement espéré d'équilibre, noté  $\mu_i = ER_i$ , pour un actif risqué individuel  $i$ , est directement lié au rendement espéré, noté  $\mu^m = ER^m$ , du portefeuille de marché<sup>1</sup>, à travers la fameuse relation définissant le coefficient beta d'un titre :

$$\mu_i = r + \beta_i (\mu^m - r) \quad \text{avec} \quad \beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R^m)}{V(R^m)}$$

où  $r$  est le taux d'intérêt sans risque,  $V(x)$  est la variance de  $x$  et  $\text{cov}(x, y)$  la covariance entre  $x$  et  $y$ . Le risque d'un actif individuel correspond alors à la contribution de cet actif au risque du portefeuille de marché et non par sa propre variance. La relation précédente se réécrit en effet :

$$\mu_i = r + \varphi \text{cov}(R_i, R^m)$$

avec  $\varphi = (\mu^m - r)/V(R^m)$  indépendant de l'actif  $i$ .

Le CAPM établit également, selon le théorème de séparation des deux fonds d'investissement, que tout portefeuille optimal peut être représenté comme une combinaison de l'actif sans risque et du portefeuille de marché. On obtient alors la droite de marché (*Capital Market Line*), qui définit la relation linéaire entre le rendement espéré de ce portefeuille optimal  $\mu_p$  et sa volatilité  $\sigma_p$  :

$$\mu_p = r + \theta \sigma_p \tag{1}$$

avec  $\theta = (\mu^m - r)/\sigma^m$  indépendant du portefeuille  $p$ . La pente de la relation,  $\theta$ , est indépendante du portefeuille constitué et est souvent dénommée le "prix de marché du risque". Le risque du portefeuille est cette fois défini comme la volatilité du rendement du portefeuille et ne dépend pas de son éventuelle corrélation avec le portefeuille de marché.

Une approche alternative de la relation entre le rendement et le risque peut être fondée sur le modèle de demande d'actifs (Tobin, 1958), dans lequel un agent représentatif maximise l'utilité espérée de sa richesse future en fonction de la part de son portefeuille affectée dans les différents actifs disponibles. Le vecteur des rendements espérés est noté  $\mu$  et la matrice de variance-covariance des rendements est notée  $\Sigma$ . Sous certaines hypothèses concernant la fonction d'utilité et le comportement de l'agent vis-à-vis du risque, l'investisseur maximise le critère espérance-variance  $\mu_p - \frac{\lambda}{2} \sigma_p^2$ , où  $\lambda$  est le degré d'aversion pour le risque. La résolution de ce

---

<sup>1</sup>Le portefeuille de marché est le portefeuille dont les parts détenues dans les différents actifs disponibles sont égales à celles observées dans le marché (correspondant aux capitalisations boursières).

problème donne les parts  $\alpha_i$  demandées par l'investisseur pour les différents actifs  $i$ , soit  $\alpha = \frac{1}{\lambda} \Sigma^{-1} (\mu - re)$ , où  $e$  est le vecteur colonne de 1. On établit alors la relation suivante entre l'excès de rendement espéré du portefeuille et le risque du portefeuille :

$$\mu_p = r + \lambda \sigma_p^2. \quad (2)$$

Le rendement du portefeuille dépend alors de sa variance et non plus de son écart-type ; le paramètre de la relation,  $\lambda$ , exprime le comportement de l'individu représentatif vis-à-vis du risque et constitue une caractéristique stable dans le temps et indépendante des portefeuilles considérés. Le CAPM et le modèle de demande d'actifs conduisent donc à des implications semblables (les relations (1) et (2)) concernant la relation rendement-risque, mais plusieurs différences doivent toutefois être notées. Tout d'abord, le modèle de demande d'actifs est fondé sur une représentation des préférences de l'agent représentatif ; en particulier, la relation (2) dépend du degré d'aversion pour le risque. Au niveau agrégé, le paramètre  $\lambda$  est une moyenne des degrés d'aversion individuels. La relation (2) dépend donc d'hypothèses fortes concernant le comportement des individus. A l'inverse, le CAPM est fondé sur les seules hypothèses que les investisseurs déterminent leur choix de portefeuille en fonction du critère espérance-variance et que leurs anticipations concernant les rendements et les risques sont homogènes. D'autre part, selon le CAPM, c'est le prix de marché du risque ( $\theta$ ) qui est supposé relativement stable au cours du temps. En revanche, le modèle de demande d'actifs fait l'hypothèse que le comportement des agents vis-à-vis du risque (résumé par  $\lambda$ ) est relativement stable au cours du temps. Le risque est donc défini par l'écart-type dans le premier cas, par la variance dans le second.

Dans la suite, nous généralisons les relations (1) et (2) sous la forme :

$$\mu_t - r_t = \delta \varphi(\sigma_t) \quad (3)$$

où  $(\mu_t - r_t)$  représente l'excès de rendement anticipé (ou *prime de risque*),  $\varphi(\sigma_t)$  est une fonction croissante de la volatilité et  $\delta$  est appelé le "ratio rendement-risque", expression qui évite de faire explicitement référence à l'un des modèles de formation des prix d'actifs.

De nombreuses études ont mis en évidence que la volatilité des rendements d'actifs financiers ne peut pas être considérée comme constante au cours du temps (Mandelbrot, 1963, cf. également Bollerslev, Chou et Kroner, 1992, pour une revue de la littérature). La prise en compte de ce résultat, pour l'estimation de la relation (3), est toutefois rendue délicate par le fait que la volatilité est essentiellement inobservable. Dans la suite de Merton (1980), la mesure de la volatilité, à partir des données historiques, a fait l'objet d'une attention particulière. Ainsi, French, Schwert et Stambaugh (1987) ou Schwert (1989) ont proposé des définitions de la volatilité mensuelle d'une série à partir de l'observation quotidienne des carrés des rendements. Le développement des outils permettant d'étudier plus précisément la dépendance de l'excès de rendement vis-à-vis de la volatilité remonte surtout à la mise en place des modèles ARCH (Engle, 1982, Bollerslev, 1986) et, plus particulièrement, des modèles ARCH-in-Mean (Engle, Lilien et Robbins, 1987). L'excès de rendement est alors supposé dépendre de sa volatilité conditionnelle.

Il existe une abondante littérature empirique sur l'utilisation des modèles ARCH-in-Mean en finance, notamment, pour l'analyse de la relation rendement-risque. On peut citer, outre les travaux initiaux de Engle, Lilien et Robbins (1987) et l'extension multivariée de Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988), les études de French, Schwert

et Stambaugh (1987), Baillie et DeGennaro (1990), Chou, Engle et Kane (1992), Poon et Taylor (1992). Toutefois, il ne semble pas encore se dégager de conclusions claires sur la forme de la relation entre l'excès de rendement et le risque. En effet, selon les études, le risque est représenté alternativement par la volatilité, de la variance ou du logarithme de la volatilité, sans que l'une des formes ne paraissent dominer clairement les autres.

Par ailleurs, des développements méthodologiques permettent de rendre compte de certaines propriétés statistiques constatées dans l'évolution des rendements. Parmi ces propriétés, on peut citer notamment l'asymétrie de la réaction de la volatilité à un choc sur le rendement ou encore l'existence de queues épaisses dans la densité de distribution des innovations. Il est important de souligner toutefois que la plupart de ces travaux ont porté sur les indices boursiers, mais rarement sur les taux d'intérêt. Les études portant spécifiquement sur les taux d'intérêt sont, pour l'essentiel, demeurées dans la lignée de Engle, Lilien et Robbins (1987), avec des modèles ARCH-in-Mean (Belhomme, 1990) ou GARCH-in-Mean (Taylor, 1992, Campbell et Galbraith, 1996), sans introduction d'effets d'asymétrie et sans recherche de densités de distribution alternatives de la loi normale.

Nous étudions dans ce papier la relation entre l'excès de rendement et le risque à partir des taux sur l'euro-dollar, l'euro-mark et l'euro-franc, en fréquence mensuelle, au cours de la période allant de janvier 1975 à décembre 1997. Nous analysons dans la section 2 les principaux résultats obtenus dans la littérature empirique concernant l'évaluation du ratio rendement-risque. Nous présentons dans la section 3 les données utilisées dans cette étude et leurs principales propriétés statistiques. La section 4 est consacrée à l'étude des propriétés de stationnarité et d'asymétrie du processus de variance conditionnelle. La section 5 porte sur le choix de la densité de distribution conditionnelle et sur nos estimations du ratio rendement-risque à partir des marchés sur euro-devises. La section 6 présente les principales conclusions du papier.

## 2 L'évaluation empirique du ratio rendement-risque

L'un des premiers, Merton (1980) s'est intéressé à la mesure empirique du ratio rendement-risque. Il étudie différentes relations linéaires entre le rendement et la variance du portefeuille constitué de l'ensemble des titres du NYSE, en fréquence mensuelle entre 1952 et 1978. La variance mensuelle est estimée comme la somme des carrés des rendements logarithmiques quotidiens. Il obtient alors une relation clairement positive entre l'excès de rendement et la variance (de l'ordre de 3,2) ou de l'écart-type (de l'ordre de 0,17). L'annexe reprend les évaluations de certaines études antérieures menées sur l'évaluation du ratio rendement-risque.

Par la suite, la plupart des études ont adopté la représentation ARCH-in-Mean, proposée par Engle, Lilien et Robbins (1987), permettant d'estimer les relations (1) ou (2), sans évaluation préalable de la variance. French, Schwert et Stambaugh (1987) établissent une comparaison des méthodes d'évaluation de la variance, à partir d'une base de données proche de celle de Merton. Ils obtiennent deux résultats particulièrement intéressants. En fréquence mensuelle, pour laquelle ils peuvent comparer la volatilité historique et la volatilité issue d'un modèle ARCH-in-Mean, ils trouvent des résultats similaires pour les deux approches : notamment, le ratio rendement-risque est négatif sur la période 1928-52 mais positif entre 1952 et 1984, sans qu'il soit significativement différent de 0 dans les deux cas. En fréquence quotidienne, les

estimations sont plus conformes à la théorie, puisque le ratio est systématiquement positif, et, de plus, significatif pour la période 1952-84 (7,22 avec la variance, 0,11 avec l'écart-type). La plupart des autres études menées sur données boursières américaines conduisent à une relation positive entre l'excès de rendement et la variance : Chou (1988) obtient une estimation de  $\lambda$  de 4,5 pour la période 1962-85, à partir de données hebdomadaires du NYSE. Friedman et Kuttner (1992) trouvent  $\lambda = 2$  en utilisant des indices américains trimestriels, alors que les estimations menées par Attanasio (1991) sur le rendement mensuel de l'indice S&P500 donnent une valeur de  $\lambda$  comprise entre 10 et 12.

Certains travaux ont néanmoins remis en cause la robustesse de ces résultats. A partir d'une procédure par filtre de Kalman du modèle ARCH-in-Mean, Chou, Engle et Kane (1989) montrent que le degré d'aversion pour le risque varie significativement au cours du temps. En adoptant de nouveau les données du NYSE, ils obtiennent  $\lambda = 3$  (t-stat de 5,24) lorsque ce paramètre est supposé constant, la volatilité étant obtenue à partir d'un ARCH-in-Mean standard. En autorisant le paramètre  $\lambda$  à varier dans le temps, sous la forme d'une marche aléatoire, ils trouvent que le paramètre  $\lambda_t$  varie entre 0,2 et 6 au cours de la période 1936-85, avec une variance estimée de 0,032. Par la suite, plusieurs auteurs ont cherché à rendre compte de cette variabilité du ratio rendement-risque, en introduisant des variables explicatives supplémentaires : Baillie et DeGennaro (1990) retiennent la variation du taux des *fed funds* dans l'équation d'espérance ; Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) retiennent le niveau du taux des *fed funds* dans l'équation de variance conditionnelle. Ils remarquent que le coefficient  $\lambda$  devient négatif lorsqu'ils autorisent la présence d'effets d'asymétrie dans le processus de variance conditionnelle du modèle ARCH-in-Mean. Ainsi pour les rendements mensuels américains entre 1951 et 1989,  $\lambda$  passe de 5,9 à -2,8 lorsque la représentation de la variance passe d'une forme GARCH à une forme asymétrique (représentation GJR). Sur la période 1962-87, Nelson (1991) trouve également qu'une représentation asymétrique de la variance conditionnelle (sous la forme d'un *Exponential* GARCH) conduit à une estimation négative (quoique non significative) du ratio rendement-risque.

En outre, à partir d'estimations menées à la fois sur rendements quotidiens et mensuels (entre 1970 et 1987), Baillie et DeGennaro (1990) montrent que le choix de la loi de distribution conditionnelle des erreurs est déterminant pour la significativité du ratio rendement-risque. En effet, dans la spécification (1) fondée sur l'écart-type, ils trouvent que  $\theta$  est significativement positif lorsque la distribution conditionnelle est normale (2,09 en fréquence mensuelle, 0,132 en fréquence quotidienne), mais non-significativement différent de 0 lorsqu'ils retiennent une loi de Student (0,91 et 0,06 respectivement). Sur données britanniques entre 1965 et 1989, Poon et Taylor (1992) obtiennent également un affaiblissement du ratio rendement-risque lorsqu'ils passent d'une distribution normale à une loi de Student. Toutefois, leurs estimations du ratio sont toujours non-significativement différentes de 0.

Les évaluations obtenues à partir d'approches alternatives aux modèles ARCH apparaissent également assez disparates. A partir d'une estimation directe des équations d'Euler à différentes fréquences, Ferson et Constantinides (1991) trouvent un degré d'aversion pour le risque compris entre 0 et 12. Sur données de panel britanniques, Attanasio et Weber (1989) reportent une estimation de  $\lambda$  comprise entre 5 et 30, selon une approche similaire. Dans un cadre semi non-paramétrique, Gallant, Rossi et Tauchen (1992) ne trouvent pas de relation claire entre le rendement et la

variance conditionnelle. Enfin, utilisant des données d'options sur l'indice S&P500 au cours de l'année 1993, Aït-Sahalia et Lo (1998) évaluent le degré d'aversion pour le risque à partir des densités risque-neutre et historique, et obtiennent  $\lambda = 25,5$ .

Le nombre d'études ayant considéré les marchés de taux d'intérêt est beaucoup plus réduit que pour les marchés boursiers. L'article, dans lequel Engle, Lilien et Robbins (1987) proposent les modèles ARCH-in-Mean, porte pourtant sur des excès de rendement des bons à 6 mois sur les bons à 3 mois en fréquence trimestrielle, et sur des excès de rendement des obligations à 20 ans sur les bons du trésor à 3 mois en fréquence mensuelle. Ils estiment la relation (1) et obtiennent  $\theta = 0,687$  dans le premier cas et  $\theta = 0,651$  dans le second cas. Au moins pour les taux courts, cette relation est très significative (t-stat de 5,2). Ils montrent en outre que l'introduction comme variable de risque du logarithme de la volatilité conditionnelle dans l'équation d'espérance permet d'obtenir une vraisemblance sensiblement supérieure : le coefficient obtenu sur l'ensemble de la période (0,135) est significatif (t-stat de 3,4) et apparaît assez stable pour les différents sous-échantillons considérés. Engle, Lilien et Robbins en déduisent une prime de portage trimestrielle de 0,14%. Engle et Ng (1991) trouvent un paramètre  $\lambda = 0,7$  pour un portefeuille de bons du trésor américain d'un mois à 12 mois en fréquence mensuelle.

Egalement pour les bons du trésor américain, entre 1959 et 1986, Belhomme (1990) obtient pour l'équation (2) des degrés d'aversion plus faibles, mais généralement significatifs, avec  $\lambda$  compris entre 0,1 et 0,9 selon la période d'estimation et la maturité des titres considérée. En revanche, pour des taux PIBOR à 1, 2 et 3 mois entre 1983 et 1988, il obtient des degrés d'aversion pour le risque significativement négatifs. Ce résultat sur données françaises contrastent avec ceux obtenus par Gourlaouen (1988), qui établit une relation significative dans la relation entre l'excès de rendement d'un titre public à long terme et un bon du trésor à 3 mois et sa variance conditionnelle. Campbell et Galbraith (1996) trouvent un paramètre  $\theta$  compris entre 0,2 et 0,5 pour des bons du trésor américain et entre 0,5 et 0,9 pour les bons du trésor canadien, selon les périodes étudiées.

Enfin, à partir d'un portefeuille composé d'un bon du trésor à 6 mois, d'une obligation à 20 ans et d'un indice boursier, Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988) estiment un modèle GARCH-in-Mean multivarié et trouvent un degré d'aversion pour le risque  $\lambda$  de 0,5 clairement significatif (t-stat de 3,12). En revanche, Thomas et Wicksens (1993), dans leur test du CAPM international, fondé sur les rendements boursiers et obligataires américains, japonais, allemands et britanniques, ne parviennent pas à mettre en évidence une relation entre l'excès de rendement et le risque, le degré d'aversion pour le risque étant non-significatif, voire négatif.

Nous recherchons, dans la suite, une représentation aussi précise que possible de la dynamique des excès de rendement sur le marché des euro-devises. Pour cela, nous précisons les principales propriétés statistiques des excès de rendement et nous considérons les différentes caractérisations, dans la classe des modèles à hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive, permettant de rendre compte de ces propriétés statistiques.

### 3 Les propriétés statistiques des excès de rendement

Les données utilisées dans ce papier sont les taux sur l'euro-dollar, sur l'euro-mark et sur l'euro-franc à 1 mois, 3 mois, 6 mois et 12 mois. Les données sont en fréquence



mensuelle sur la période allant de janvier 1975 à décembre 1997, soit 276 observations (source : Datastream). Les rendements mensuels, notés  $r_t^{(m)}$ ,  $m = 1, 3, 6, 12$ , sont définis sous forme logarithmique<sup>2</sup>.

Nous rappelons que le rendement de portage correspond à la rémunération associée à la détention d'un titre long (de maturité  $n$ ) pendant une période donnée  $m$  ( $m < n$ ). Il se définit, dans le cas de titres zéro-coupon, sous la forme :

$$h_t^{(m,n)} = \frac{1}{m} \left( nr_t^{(n)} - (n-m)r_{t+m}^{(n-m)} \right).$$

On en déduit l'excès de rendement de portage :

$$er_t^{(m,n)} = h_t^{(m,n)} - r_t^{(m)}$$

où  $r_t^{(m)}$  est le taux sans risque sur la période  $m$ , c'est-à-dire le taux au comptant à  $m$  périodes. Nous constituons alors pour chaque devise un portefeuille équilibré en titres à 3, 6 et 12 mois, pour une période de détention d'un mois. Ces portefeuilles correspondent à une approximation des portefeuilles du marché des euro-devises. L'excès de rendement de portage d'un tel portefeuille s'écrit :  $er_t^{(1,eq)} = \left( er_t^{(1,3)} + er_t^{(1,6)} + er_t^{(1,12)} \right) / 3$ . Le graphique 1 présente l'évolution des excès de rendement au cours de la période.

Les tests de non-corrélation, d'homoscédasticité et de normalité associés aux excès de rendement  $er_t^{(m,n)}$ ,  $m = 1, 3, 6, 12$  et  $n = 3, 6, 12$  ( $m < n$ ) sont présentés dans le tableau 1. La statistique de Ljung-Box corrigée pour hétéroscédasticité (Diebold, 1988, chap. 2) permet de tester l'hypothèse nulle de nullité jointe des  $K$  premières auto-corrélations ( $LB_c(K)$ ), tout en autorisant la présence d'hétéroscédasticité. Calculée pour  $K = 12$  et  $24$ , elle met en évidence, pour l'ensemble des pays et des maturités, l'absence d'auto-corrélation des excès de rendement vis-à-vis du taux à un mois. Ce résultat disparaît lorsque l'on considère les excès de rendement vis-à-vis des taux à 3 mois et à 6 mois. En effet, lorsque l'horizon de détention dépasse la fréquence des données ( $m > 1$  mois), le chevauchement des données crée, artificiellement, de l'auto-corrélation des séries.

L'hétéroscédasticité est mise en évidence à partir de la statistique de Ljung-Box pour le carré des excès de rendement ( $LB_2(K)$ ). Celle-ci permet en effet de tester l'hypothèse nulle de nullité jointe des  $K$  premières auto-corrélation des carrés de la série. Dans la plupart des cas, à l'exception des couples  $(m, n) = (1, 3)$  et  $(1, 6)$  pour l'euro-mark, on rejette l'homoscédasticité des excès de rendement. Ce résultat donne une indication de présence d'hétéroscédasticité conditionnelle dans le processus des excès de rendement. Celle-ci peut toutefois être testée plus spécifiquement à travers l'estimation de la représentation GARCH.

L'hypothèse de normalité de la distribution des excès de rendement peut être testée à partir de la skewness ( $SK$ ) et de l'excès de kurtosis ( $EK$ ), qui sont nuls par construction lorsque la densité est normale. La statistique de Jarque-Bera,  $JB = T(SK^2/6 + EK^2/24)$ , suit, sous l'hypothèse nulle de normalité ( $SK = EK = 0$ ), une loi du  $\chi^2$  à 2 degrés de liberté. En ce qui concerne l'asymétrie de la distribution,

<sup>2</sup>Suivant les recommandations de McCulloch (1993), nous adoptons une formulation logarithmique, ce qui donne, compte tenu des caractéristiques du marché des euro-devises :  $r_t^{(m)} = \ln \left( 1 + R_t^{(m)} \frac{j_t}{36000} \right) \frac{365000}{j_t}$  où  $R_t^{(m)}$  est le taux observé et  $j_t$  le nombre de jours entre  $t$  et  $t + m$ . Les rendements sont ensuite mensualisés.

on remarque que la skewness est généralement positive pour l'euro-dollar (les chocs exceptionnels sont plutôt à la hausse), mais systématiquement négative pour l'euro-mark et l'euro-franc (les chocs exceptionnels sont plutôt à la baisse). En revanche, toutes les distributions sont caractérisées par des queues plus épaisses que la densité normale, l'excès de kurtosis étant toujours significativement positif. Enfin, on rejette systématiquement l'hypothèse de normalité de la distribution.

Les propriétés statistiques de  $er_t^{(1,eq)}$  sont très proches des excès de rendement individuels vis-à-vis du taux à un mois.

Cette analyse des propriétés statistiques des excès de rendement fournit certaines indications sur leur modélisation. Tout d'abord, de façon à éviter les problèmes de chevauchement des données (presque inévitable lorsque l'horizon de détention dépasse la fréquence) et donc de forte auto-corrélation des excès de rendement, nous considérons les excès de rendement vis-à-vis du taux à un mois, qui sont tous caractérisés par l'absence d'auto-corrélation. D'autre part, les statistiques de Ljung-Box pour les carrés des excès de rendement mettent en évidence la nécessité d'adopter une représentation ARCH. Enfin, le rejet très net de l'hypothèse de normalité conduit à rechercher une distribution conditionnelle plus adaptée que la densité normale. L'excès de rendement du portefeuille équilibré constitue un bon résumé des excès de rendement des différentes opérations de portage sur un mois. Nous avons donc par la suite étudié la relation rendement-risque pour ce portefeuille. Il est toutefois important de noter que, pour l'essentiel, les résultats présentés dans la suite du papier sont également valables pour les différents excès de rendement vis-à-vis du taux à un mois.

## 4 La stationnarité et l'asymétrie du processus de variance conditionnelle

### 4.1 Les modèles GARCH et IGARCH

Il a été montré depuis longtemps que la volatilité conditionnelle des rendements est, au moins partiellement, prévisible (voir, par exemple, Bollerslev, Chou et Kroner, 1992, pour une revue de la littérature). On observe en particulier que des variations importantes des rendements (positives ou négatives) sont généralement suivies de variations importantes (quel que soit le signe), indiquant une auto-corrélation de la volatilité des rendements. Cette auto-corrélation des volatilités (ou hétéroscédasticité) a été modélisée par Engle (1982) sous la forme des modèles ARCH (pour *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*). Cette représentation a été généralisée par Bollerslev (1986) avec les modèles GARCH (pour *Generalized ARCH*). Un processus GARCH d'ordre (1, 1) est représenté sous la forme :

$$er_t = \gamma + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (5)$$

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \rightsquigarrow N(0, 1) \quad (6)$$

où  $z_t$  représente l'innovation standardisée. Le paramètre  $\gamma$  dans l'équation d'espérance conditionnelle (4) correspond à la prime de portage, supposée constante dans cette représentation. L'innovation  $\varepsilon_t$  a une variance conditionnelle à l'information disponible à la date  $t - 1$  ( $I_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots\}$ ), notée  $\sigma_t^2$ , qui varie au cours du

temps et dont l'évolution est représentée par l'équation (5). La densité conditionnelle des innovations est, pour le moment, supposée normale.

Les propriétés statistiques des modèles GARCH ont été étudiées notamment par Bollerslev (1986). La distribution marginale du processus des innovations est caractérisée par une kurtosis toujours supérieure à celle de la loi normale (la distribution est dite leptokurtique), même si la distribution conditionnelle des innovations standardisées est normale. La queue de distribution d'un processus GARCH est donc, par construction, plus épaisse que celle d'un processus gaussien.

Le processus de variance conditionnelle est stationnaire si  $\alpha + \beta < 1$ . Le terme  $(\alpha + \beta)$  mesure le degré de persistance de la variance, puisque la variance non-conditionnelle s'écrit sous la forme  $\sigma^2 = \alpha_0 / (1 - \alpha - \beta)$ . Lorsque  $\alpha + \beta = 1$ , la variance non-conditionnelle est infinie et les rendements ne sont pas stationnaires en covariance, même s'ils restent strictement stationnaires et ergodiques (Bougerol et Picard, 1990). On parle alors de processus IGARCH (pour *Integrated* GARCH), selon la terminologie de Engle et Bollerslev (1986). La plupart des études menées sur le ratio rendement-risque (Engle et Bollerslev, 1986, French, Schwert et Stambaugh, 1987, Baillie et DeGennaro, 1990, Campbell et Hentschel, 1992) ont montré une forte persistance des variances conditionnelles.

Si on note  $\theta = \{\gamma, \alpha_0, \alpha, \beta, \theta_1\}$  le vecteur des paramètres à estimer, la fonction de log-vraisemblance s'écrit alors, conditionnellement aux valeurs initiales :

$$L(\varepsilon_t; \theta) = \sum_{t=1}^T l_t(\varepsilon_t; \theta) \quad \text{avec} \quad l_t(\varepsilon_t; \theta) = \ln(f(z_t; \theta_1)) - 0,5 \ln(\sigma_t^2(\theta))$$

où  $f(z_t; \theta_1)$  est la densité de distribution conditionnelle des innovations standardisées  $z_t$ .  $\theta_1$  regroupe les paramètres associés à la densité conditionnelle retenue. Dans le cas d'une densité normale, il n'existe aucun paramètre dans  $\theta_1$ .

L'estimation par le *quasi* maximum de vraisemblance des paramètres du modèle est obtenue par l'algorithme de Berndt, Hall, Hall et Hausman (1974). Les détails concernant la méthode d'estimation se trouvent, par exemple, dans Bollerslev, Engle et Nelson (1994).

## 4.2 L'asymétrie des chocs

Les modèles GARCH ont rapidement connu un succès considérable, notamment en finance, du fait de leur capacité à rendre compte de l'évolution de la volatilité conditionnelle au cours du temps. Toutefois, ils ne permettent pas toujours de tenir compte de certaines caractéristiques importantes des séries financières. Ainsi, Black (1976), Christie (1982) ou French, Schwert et Stambaugh (1987) ont montré que des chocs de rendement peuvent avoir des effets différents sur la volatilité conditionnelle selon qu'ils sont positifs ou négatifs. Plus précisément, un choc négatif sur le rendement conditionnel (une mauvaise nouvelle) est généralement suivi par une augmentation plus forte de la volatilité que dans le cas d'un choc positif (une bonne nouvelle). Diverses extensions de l'approche GARCH ont donc été proposées pour permettre de prendre en compte ces effets d'asymétrie (dénommés également effets de levier, dans la littérature sur les indices boursiers, cf. Black, 1976). On peut citer notamment les travaux de Nelson (1991), Glosten, Jagannathan et Runkle (1993), Engle et Ng (1993), Zakoïan (1994).

Les tests de spécification proposés par Engle et Ng (1993) permettent de détecter l'éventuelle asymétrie dans le processus de volatilité conditionnelle. Ces tests reposent sur les quatre régressions suivantes :

$$z_t^2 = a_1 + b_1 S_{t-1}^- + e_t \quad (7)$$

$$z_t^2 = a_2 + b_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + e_t \quad (8)$$

$$z_t^2 = a_3 + b_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + e_t \quad (9)$$

$$z_t^2 = a_4 + \beta_1 S_{t-1}^- + \beta_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + \beta_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + e_t \quad (10)$$

où  $a_i$ ,  $b_i$  et  $\beta_i$  sont des paramètres constants ;  $S_{t-1}^-$  est égal à 1 si  $\varepsilon_{t-1} < 0$ , 0 autrement ;  $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$  ;  $e_t$  est le résidu de la régression.

La statistique de Student du paramètre  $b_1$  de l'équation (7) permet de tester s'il existe un effet spécifique des chocs de rendement négatifs sur la volatilité qui n'est pas pris en compte par le modèle (*sign bias test*). Si  $S_{t-1}^-$  a un pouvoir prédictif sur le carré des résidus standardisés, c'est une indication que le modèle de variance conditionnelle est mal spécifié. La statistique de Student du paramètre  $b_2$  de l'équation (8) permet de tester si l'ampleur d'un choc de rendement négatif a un effet spécifique sur la volatilité non pris en compte par le modèle (*negative size bias test*). La statistique de Student du paramètre  $b_3$  de l'équation (9) permet un test similaire pour un choc de rendement positif (*positive size bias test*). Lorsque l'un des paramètres  $b_i$  est significatif, on peut conclure à l'existence d'une asymétrie dans le processus de volatilité. Le test joint des trois hypothèses peut être mené à partir de la relation (10), en considérant l'hypothèse  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ . La statistique de test associée est la statistique du multiplicateur de Lagrange  $\xi = T R^2$ , où  $T$  est le nombre d'observation et  $R^2$  est le coefficient de détermination de la relation (10). Sous l'hypothèse nulle de symétrie,  $\xi$  suit un  $\chi^2$  à 3 degrés de liberté. Ces tests de diagnostic peuvent également être mis en œuvre sur les données de base (les excès de rendement) de façon à identifier la forme possible du processus de variance conditionnelle.

### 4.3 Les résultats empiriques

Dans cette section, nous précisons les principales caractéristiques du processus de variance conditionnelle. Nous examinons plus particulièrement les propriétés de stationnarité et d'asymétrie, qui conditionnent le choix de la représentation de la variance. Nous ne supposons pas, à ce niveau, la présence d'effets ARCH-in-Mean et nous admettons pour le moment que la distribution conditionnelle est normale.

Le tableau 2 contient les estimations des modèles suivants : le modèle avec volatilité constante ( $\alpha = \beta = 0$ ) ; le modèle GARCH ( $\alpha$  et  $\beta$  quelconques) ; enfin le modèle IGARCH ( $\alpha + \beta = 1$ ). Pour chacun d'entre eux, nous indiquons la log-vraisemblance, la statistique de Ljung-Box corrigée pour les résidus et la statistique de Ljung-Box pour le carré des résidus (avec, entre parenthèses, leur niveau de significativité), les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  estimés et leur écarts-type associé.

Le premier constat concerne la nécessité d'une modélisation de la variance conditionnelle. On peut en effet comparer les log-vraisemblances du modèle avec volatilité constante et du modèle GARCH : sous l'hypothèse nulle selon laquelle les paramètres de la volatilité (à l'exception de la constante) sont conjointement nuls, la statistique du rapport de vraisemblance ( $2T(\ln L_{GARCH} - \ln L_{vol. const.})$ ) suit un  $\chi^2$  à 2 degrés de liberté. Cette hypothèse est toujours très nettement rejetée, y compris pour les taux sur l'euro-mark. Dans ce dernier cas, on n'avait pas rejeté la nullité jointe des 24

premières auto-corrélations des carrés des excès de rendement. On observe pourtant dans le tableau 2 que la log-vraisemblance est de 0,15 pour le modèle avec volatilité constante, et de 0,30 pour le modèle GARCH.

Considérons maintenant le problème de la stationnarité de la variance conditionnelle. On observe que  $\alpha + \beta$  est systématiquement supérieur à 1 : légèrement dans le cas de l'euro-dollar et de l'euro-mark (1,007 et 1,002 respectivement), plus nettement pour l'euro-franc (1,019). Nous avons donc estimé le modèle (4) à (6) en imposant l'hypothèse IGARCH ( $\alpha + \beta = 1$ ). La comparaison des log-vraisemblances obtenues avec les représentations GARCH et IGARCH montre que l'on ne peut jamais rejeter l'hypothèse IGARCH (la statistique du rapport de vraisemblance associée à l'hypothèse nulle  $\alpha + \beta = 1$  suit un  $\chi^2$  à un degré de liberté). Le fait d'imposer  $\alpha + \beta = 1$  ne modifie pas significativement les propriétés des résidus : on ne rejette jamais les hypothèses de non-corrélation des résidus et de non-corrélation des carrés des résidus (pour  $K = 24$ ). De plus, les estimations de  $\alpha$  obtenues dans les deux modèles sont très proches. On note que la composante autorégressive du processus de variance conditionnelle est assez élevée : elle est comprise entre 0,83 et 0,90.

En ce qui concerne la présence d'effets d'asymétrie des innovations sur la variance conditionnelle, on peut analyser en deux temps les résultats présentés dans les quatre dernières colonnes du tableau 2. Si l'on considère la ligne associée à l'hypothèse de volatilité constante, les tests d'asymétrie concernent en fait aux excès de rendement eux-mêmes. Ils mettent en évidence la présence d'une asymétrie forte et significative pour les excès de rendement sur l'euro-dollar et sur l'euro-franc. Dans le cas de l'euro-dollar, cette asymétrie provient aussi bien de l'ampleur des chocs négatifs que de l'ampleur des chocs positifs : les statistiques de Student associées à  $b_2$  et  $b_3$  sont en effet significatives et de signe opposé. Les coefficients  $b_2$  (non reproduits dans le tableau) sont en outre systématiquement supérieurs, en valeur absolue, aux coefficients  $b_3$ , indiquant qu'un choc négatif se traduit généralement par une augmentation plus forte de la variance qu'un choc positif. Dans le cas de l'euro-franc, seul un choc négatif a un effet significatif sur la variance.

Si l'on s'intéresse maintenant aux lignes associées aux modèles GARCH et IGARCH, on note que la statistique du test joint  $\xi$  n'est jamais significative, quel que soit le pays. Les statistiques individuelles ne sont pas significatives au seuil de 5%. L'introduction de mécanismes d'asymétrie n'apparaît donc pas nécessaire, une fois prise en compte l'hétéroscédasticité conditionnelle des excès de rendement<sup>3</sup>. Nous avons donc considéré dans la suite des représentations IGARCH, sans effet d'asymétrie des innovations sur la variance conditionnelle.

Ces résultats diffèrent de ceux obtenus lors de la modélisation des excès de rendement sur les indices boursiers (Baillie et DeGennaro, 1990, Poon et Taylor, 1992) ou lors de la modélisation des taux d'intérêt eux-mêmes (Crouhy et Rockinger, 1997). Il semble toutefois correspondre à une caractéristique des excès de rendement sur taux d'intérêt, puisque la plupart des études sur ces données ont retenu des représentations symétriques. Bollerslev, Chou et Kroner (1992) font également un tel constat.

---

<sup>3</sup>Les estimations des modèles d'asymétrie couramment retenus dans les études empiriques (modèles EGARCH, TGARCH ou GJR) menées sur nos données, mais non reproduites ici, confirment l'absence d'asymétrie pour les excès de rendement sur euro-devise.

## 5 La distribution conditionnelle des innovations et la mesure du ratio rendement-risque

### 5.1 Les distributions alternatives de la densité normale

L'analyse des propriétés statistiques des excès de rendement a montré que l'hypothèse de normalité doit être rejetée, ce rejet provenant à la fois des moments d'ordres 3 et 4. Le fait d'adopter une représentation GARCH, même avec des innovations standardisées normales, permet d'obtenir des résidus  $\varepsilon_t$  dont la distribution non-conditionnelle présente des queues plus épaisses que celle de la loi normale. Cette estimation sous forme GARCH ne permet pas toujours d'éliminer l'excès de kurtosis non-conditionnelle. On peut alors adopter une distribution conditionnelle des innovations standardisées qui autorise elle-même un comportement leptokurtique. Plusieurs distributions présentant cette caractéristique ont été proposées, comme la distribution normale avec saut de Poisson (Jorion, 1988), la loi de Student (Bollerslev, 1987), la distribution exponentielle (Baillie et Bollerslev, 1990) ou la distribution GED (pour *Generalized Error Distribution*, Nelson, 1991). Engle et Gonzalez-Rivera (1989) ont également développé une méthode d'estimation semi-paramétrique de la densité de distribution des innovations, ce qui autorise des distributions empiriques très flexibles.

Nous nous intéressons plus particulièrement dans cette section aux lois de distribution permettant d'ajuster la skewness et surtout l'excès de kurtosis. Bollerslev (1987) a suggéré l'utilisation d'une loi de Student pour modéliser les innovations du processus, soit :

$$f(z_t; \theta_1) = \frac{\Gamma[(\nu + 1)/2]}{\Gamma[\nu/2] \sqrt{\nu\pi}} \left(1 + \frac{z_t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2} \quad \nu > 2 \quad (11)$$

où  $\Gamma[\cdot]$  est la fonction gamma et  $\theta_1 = 1/\nu$ . La loi de Student est symétrique autour de 0 et tend vers la loi normale quand le nombre de degrés de liberté  $\nu$  tend vers l'infini. La variance conditionnelle est finie pour  $\nu > 2$ . Pour  $4 < \nu < \infty$ , la kurtosis conditionnelle, égale à  $E(z_t^4) = 3(\nu - 2)/(\nu - 4)$ , est supérieure à 3. Un paramètre supplémentaire ( $\nu$ ) est donc estimé, permettant d'ajuster l'excès de kurtosis de la distribution empirique.

Nelson (1991) a proposé la distribution GED (pour *Generalized Error Distribution*), qui s'écrit sous la forme :

$$f(z_t; \theta_1) = \frac{\eta}{2^{1+1/\eta} c \Gamma[1/\eta]} \exp\left(-0,5 \left|\frac{z_t}{c}\right|^\eta\right) \quad 0 < \eta < \infty$$

avec  $c = \left[2^{-2/\eta} \frac{\Gamma[1/\eta]}{\Gamma[3/\eta]}\right]^{1/2}$  et  $\theta_1 = \eta$ . Quand le paramètre  $\eta$  est égal à 2, la densité se ramène à la loi normale. Pour  $\eta < 2$ , la distribution a des queues plus épaisses que la loi normale, et, à l'inverse, pour  $\eta > 2$ , les queues sont moins épaisses que la loi normale. La kurtosis conditionnelle, égale à  $E(z_t^4) = \Gamma[1/\eta] \Gamma[5/\eta] / (\Gamma[3/\eta])^2$ , est supérieure à 3 quand  $\eta < 2$ . Le paramètre  $\eta$  permet d'ajuster l'excès de kurtosis de la distribution empirique.

Un reproche souvent adressé à la loi de Student et à la GED provient de leur incapacité à ajuster le moment d'ordre 3 de la distribution, puisqu'elles supposent toutes deux la nullité de la skewness. L'analyse des propriétés statistiques des excès de rendement a montré que la skewness apparaît généralement significativement

différente de 0. L'étude des statistiques d'asymétrie dans la section précédente a toutefois montré que le moment d'ordre 3 ne peut pas être pris en compte par une telle approche. Une généralisation alternative de la distribution normale peut être fondée sur un ajustement semi-paramétrique de la vraie densité. Le développement en polynômes d'Hermite, proposé notamment par Gallant et Tauchen (1989), repose sur l'écriture suivante de la densité conditionnelle du processus :

$$f(z_t; \theta_1) = n(z_t) \left[ 1 + \sum_{i=1}^N a_i H_i(z_t) \right]$$

où  $n(z_t)$  est la fonction de densité normale centrée réduite,  $H_i(z_t)$  est le polynôme d'Hermite d'ordre  $i$ . Ces polynômes sont définis par  $\partial^i n(z_t) = (-1)^i n(z_t) H_i(z_t)$ . Un développement au quatrième ordre ( $N = 4$ ) permet d'ajuster simultanément la skewness et la kurtosis. Les deux premiers moments de  $f(z_t; \theta_1)$  sont 0 et 1 par construction, puisque l'espérance et la variance sont estimées par ailleurs par le modèle ( $\gamma$  dans l'équation d'espérance et  $\sigma_0$  dans l'équation de variance conditionnelle). On impose donc les conditions d'identifiabilité  $a_1 = a_2 = 0$ . La densité conditionnelle s'écrit alors :

$$f(z_t; \theta_1) = n(z_t) \left[ 1 + a_3 \left( \frac{z_t^3 - 3z_t}{6} \right) + a_4 \left( \frac{z_t^4 - 6z_t^2 + 3}{24} \right) \right]$$

où  $a_3$  et  $a_4$  correspondent respectivement à la skewness et à l'excès de kurtosis. On a donc  $\theta_1 = \{a_3; a_4\}$ .

## 5.2 La forme du risque

La mesure du ratio rendement-risque peut être réalisée, de façon naturelle, à partir d'un modèle ARCH-in-Mean. Ce modèle, développé par Engle, Lilien et Robbins (1987), tient compte en effet de l'impact possible de la variance conditionnelle sur l'espérance conditionnelle. Lorsque la modélisation porte sur le rendement d'un actif, la variance ou l'écart-type conditionnel est alors souvent considéré comme un indicateur du risque associé à cet actif. La formulation initiale de Engle, Lilien et Robbins a été justifiée, d'un point de vue théorique, en référence au modèle de choix de portefeuille. Dans le cas d'un modèle GARCH d'ordre (1, 1), leur représentation s'écrit sous la forme :

$$er_t = \gamma + \delta \varphi(\sigma_t) + \varepsilon_t \quad (12)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (13)$$

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \rightarrow f(z_t; \theta_1) \quad (14)$$

où  $\varphi(\sigma_t)$  est une fonction de la volatilité conditionnelle. Trois types de représentation ont fait l'objet d'une attention particulière dans les applications empiriques : la volatilité  $\varphi(\sigma_t) = \sigma_t$  (associée au CAPM), la variance  $\varphi(\sigma_t) = \sigma_t^2$  (associée au modèle de demande d'actifs) et le logarithme de la volatilité  $\varphi(\sigma_t) = \ln(\sigma_t)$ . Cette dernière représentation n'a pas fait l'objet d'une formulation théorique, mais a été testée avec succès sur les marchés de taux d'intérêt (Engle, Lilien et Robbins, 1987)<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Ces trois formulations peuvent être interprétées comme des cas particuliers de la forme générale appelée transformation de Box et Cox (1964) :  $\varphi(\sigma_t) = (\sigma_t^P - 1)/P$  où  $P$  détermine la forme de la

On remarque que l'hypothèse de constance de l'excès de rendement anticipé ( $\delta = 0$ ) peut être associée à la théorie des anticipations de la structure par terme sur les marchés des euro-devises. En effet, selon cette théorie (étudiée, sous un angle empirique, par Shiller, Campbell et Schoenholtz, 1983, Mankiw et Miron, 1986, et Campbell et Shiller, 1991, notamment), les primes de portage doivent être constantes dans le temps, même si elles peuvent varier avec la maturité des placements.

Plusieurs auteurs ont cherché à mesurer la pertinence des trois définitions du risque ci-dessus. Engle, Lilien et Robbins (1987) ont étudié deux d'entre elles (la volatilité et le logarithme de la volatilité) et ont montré que la seconde formulation conduisait aux résultats les plus satisfaisants sur leurs données. French, Schwert et Stambaugh (1987) ont quant à eux obtenus de meilleurs résultats, quoique non déterminants, pour la volatilité par rapport à la variance. Baillie et DeGennaro (1990) et Poon et Taylor (1992) trouvent des résultats similaires pour ces deux spécifications du risque. Compte tenu de la complexité des estimations des modèles ARCH-in-Mean, il semble qu'aucune étude systématique de la représentation optimale du risque n'ait été entreprise. Nous cherchons donc à donner des éléments de réponse concernant la définition la plus pertinente, en testant systématiquement ces trois définitions usuelles. Pour cela, nous comparons à nouveau les log-vraisemblances obtenues à partir des différentes spécifications.

## 5.3 Les résultats empiriques

### 5.3.1 La densité de distribution conditionnelle

Le choix de la distribution conditionnelle est rendu quelque peu délicat par le fait que les différentes hypothèses envisagées ne sont pas, pour l'essentiel, emboîtées. En effet, la densité normale apparaît comme un cas particulier de la loi de Student ( $1/\nu = 0$ ), de la GED ( $\eta = 2$ ) et du développement en polynômes d'Hermite ( $a_3 = a_4 = 0$ ). Le test de l'hypothèse de distribution normale peut également être réalisé à l'aide de la statistique du rapport des maxima de vraisemblance, qui suit, sous l'hypothèse nulle de normalité, un  $\chi^2$  à un degré de liberté pour la loi de Student et la GED et à deux degrés de liberté pour le développement en polynômes d'Hermite. Les trois densités généralisant la loi normale ne peuvent en revanche pas être directement testées l'une contre l'autre. A nouveau, nous comparons ces différentes distributions conditionnelles à partir de leur log-vraisemblance.

Les log-vraisemblances associées aux différentes distributions conditionnelles sont présentées dans le tableau 3. Nous avons considéré ici différentes représentations du risque, car celles-ci sont susceptibles d'influer sur le choix de la densité conditionnelle. Nous indiquons également les paramètres suivants :  $1/\nu$  pour la loi de Student,  $\eta$  pour la GED, et  $a_3$  et  $a_4$  pour le développement en polynômes d'Hermite.

Si l'on considère les estimations de la loi de Student, on remarque que le paramètre  $1/\nu$  est systématiquement compris entre 0,1 et 0,16 (soit un nombre de degrés de liberté  $\nu$  compris dans l'intervalle  $[6, 25; 10]$ ). L'excès de kurtosis est très stable pour les trois marchés, quelle que soit la représentation du risque retenue. Il est plus faible pour l'euro-dollar (de l'ordre de 1,1) et plus élevé pour l'euro-mark et l'euro-franc

---

liaison entre l'excès de rendement et le risque. Pour  $P = 1$ , on retrouve la volatilité; pour  $P = 2$  la variance; le logarithme de la volatilité est obtenu comme cas limite quand  $P \rightarrow 0$ . Cette expression permet théoriquement de tester les différentes formulations usuelles du risque. Toutefois, dans les applications numériques, les écarts-types associés au paramètre  $P$  se sont avérés trop larges pour permettre une conclusion claire en faveur de l'une ou l'autre des représentations.



(entre 1,8 et 2,4). Le test de l'hypothèse nulle de normalité ( $1/\nu = 0$ ) conduit à rejeter systématiquement la normalité pour l'ensemble des pays et des couples de maturités.

L'estimation du modèle avec densité conditionnelle GED conduit à une caractérisation assez proche de celle obtenue avec la loi de Student : le paramètre  $\eta$  est compris entre 1,14 et 1,44, l'hypothèse de normalité ( $\eta = 2$ ) étant systématiquement rejetée. L'excès de kurtosis paraît relativement limité pour l'euro-dollar ( $\eta$  de l'ordre de 1,4 soit un excès de kurtosis de l'ordre de 1), mais beaucoup plus fort pour l'euro-mark et l'euro-franc ( $1,14 < \eta < 1,22$ ), ce qui correspond à un excès de kurtosis compris entre 1,6 et 2.

Le développement en polynômes d'Hermite autour de la densité normale permet, là encore, de mettre en évidence la non-normalité des excès de rendement. On remarque tout d'abord que le paramètre  $a_4$  est presque systématiquement supérieur à 1 (à l'exception de deux formulations du risque pour l'euro-dollar). L'excès de kurtosis estimé est ainsi compris entre 0,96 et 1,08 pour l'euro-dollar, entre 1,5 et 1,8 pour l'euro-mark et entre 1,4 et 1,6 pour l'euro-franc. Il n'est toutefois pas significatif pour l'euro-dollar. Par ailleurs, le paramètre de skewness est généralement non-significatif. En fait, il n'est que légèrement négatif pour l'euro-franc ( $a_3$  est alors de l'ordre de -0,35).

Les modèles qui assurent la log-vraisemblance maximale diffèrent pour les trois marchés d'euro-devise. Pour l'euro-dollar, la loi de Student domine systématiquement les deux autres formulations, quelle que soit la représentation du risque adoptée. En revanche, pour l'euro-mark et l'euro-franc, il s'agit de la GED, dominante également pour les trois représentations du risque. On remarque que le développement en polynômes d'Hermite ne donne la log-vraisemblance maximale que dans le cas de l'euro-franc, pour le seul modèle sans effet du risque sur le rendement. Pourtant, même dans ce cas, seul le coefficient associé à l'excès de kurtosis est significatif et, en outre, la log-vraisemblance n'est que très légèrement (et non-significativement) supérieure à celle obtenue avec la GED.

Deux résultats se dégagent concernant le choix de la densité conditionnelle : d'une part, la densité normale n'est pas adaptée pour rendre compte des caractéristiques de la distribution conditionnelle des excès de rendement. L'ajustement de l'excès de kurtosis permet en effet une amélioration sensible des estimations et une très nette augmentation en termes de vraisemblance. D'autre part, l'estimation d'une densité conditionnelle autorisant une skewness différente de 0 n'est généralement pas nécessaire : la log-vraisemblance du modèle avec développement d'Hermite reste presque systématiquement plus faible que celle du modèle avec loi de Student ou GED<sup>5</sup>.

Finalement, la loi de Student pour l'euro-dollar et la GED pour l'euro-mark et l'euro-franc apparaissent comme des compromis satisfaisants pour caractériser la densité conditionnelle des innovations. Elles permettent un ajustement de la kurtosis conditionnelle plus précis que le développement en polynômes d'Hermite et préservent les conditions d'existence de la kurtosis conditionnelle ( $\nu > 4$  et  $\eta > 0$ ).

---

<sup>5</sup>En outre l'estimation d'une densité conditionnelle fondée sur une loi de Student généralisée (dans laquelle la skewness est estimée librement, comme dans Hansen, 1994) conduit à rejeter systématiquement la significativité du paramètre de skewness (les résultats ne sont pas reproduits, mais sont disponibles sur demande).

### 5.3.2 Les évaluations du ratio rendement-risque

Le tableau 4 donne les résultats des estimations obtenus pour les modèles IGARCH avec distribution conditionnelle de Student et GED, pour les différentes formes de risque. Les paramètres  $1/\nu$  et  $\eta$  correspondent à ceux présentés dans le tableau 3. Les estimations de  $\sigma_0$  ne sont jamais significatives, ce qui indique l'absence de tendance déterministe dans l'évolution de la variance conditionnelle. Comme l'indiquait déjà le tableau 2, le paramètre  $\alpha$ , qui correspond à l'effet du carré de l'innovation sur la variance conditionnelle, est assez faible, de l'ordre de 0,1-0,2, et parfois non-significatif (dans le cas de l'euro-dollar).

Considérons maintenant les estimations du ratio rendement-risque  $\delta$ , selon la densité conditionnelle et la forme du risque adoptées. Le premier point à noter est que  $\delta$  est toujours positif et généralement significatif. Les principales exceptions concernent l'euro-dollar et l'euro-franc avec densité GED. Les estimations du ratio rendement-risque sont relativement stables d'un marché à l'autre. Le tableau 5 regroupe les estimations de  $\delta$  obtenues à partir de la loi normale, de la loi de Student ainsi que de la GED. Si l'on se concentre sur la densité conditionnelle donnant la log-vraisemblance maximale (loi de Student pour l'euro-dollar et GED pour l'euro-mark et l'euro-franc), et que l'on s'intéresse tout d'abord au cas où le risque est représenté par la volatilité ( $\delta$  correspond alors au prix de marché du risque  $\theta$ ), on obtient une valeur de  $\delta$  comprise entre 0,2 pour l'euro-franc et 0,35 pour l'euro-mark ; le prix de marché du risque apparaît ainsi relativement stable, même d'un pays à l'autre. C'est moins le cas du degré d'aversion pour le risque  $\lambda$ , lorsque le risque est représenté par la variance conditionnelle. L'estimation de  $\lambda$  est en effet comprise entre 0,18 (pour l'euro-franc) et 0,54 (pour l'euro-mark). Ce résultat traduirait un comportement plus prudent de la part des investisseurs sur le marché de l'euro-mark par rapport aux investisseurs sur le marché de l'euro-franc, ou, dans une moindre mesure, de l'euro-dollar. Enfin, on retrouve une certaine stabilité du ratio rendement-risque, lorsque le risque est associé au logarithme de la volatilité conditionnelle. L'estimation de  $\delta$  est alors comprise entre 0,05 (pour l'euro-dollar) et 0,07 (pour l'euro-mark).

D'autre part, si le choix de la densité conditionnelle dépend du marché considéré, il n'en est pas de même pour la représentation du risque. En effet, pour les trois marchés, la log-vraisemblance maximale est obtenue lorsque le risque est représenté par le logarithme de la volatilité conditionnelle. Cette homogénéité est quelque peu surprenante. En effet une telle représentation du risque n'a pas, à notre connaissance, de fondements théoriques, contrairement à la volatilité ou à la variance. Toutefois, elle correspond au résultat obtenu par Engle, Lilien et Robbins (1987), sur le marché des bons du trésor américain. Il est en outre important de souligner que l'écart de log-vraisemblance est généralement réduit : dans le cas de l'euro-dollar et de l'euro-franc, il existe une différence négligeable avec le modèle fondé sur la volatilité conditionnelle (l'écart s'élève à 0,0007 et 0,0003 respectivement) ; en ce qui concerne l'euro-mark, la différence de log-vraisemblances est de 0,0041 avec le modèle à volatilité conditionnelle et de 0,0084 avec le modèle à variance conditionnelle.

Ces résultats confirment certaines études antérieures sur l'évaluation du ratio rendement-risque. Les ordres de grandeur obtenus à partir d'une représentation du risque fondé sur la volatilité ou la variance conditionnelles sont généralement inférieurs à ceux trouvés pour les indices boursiers, notamment par Merton (1980), French, Schwert et Stambaugh (1987) ou Poon et Taylor (1992). Cependant, contrairement aux rendements boursiers, les modèles d'asymétrie n'apparaissent pas perti-

nents pour représenter la dynamique du processus de variance conditionnelle.

En ce qui concerne les marchés de taux d'intérêt, nous trouvons, comme Engle, Lilien et Robbins (1987), que la représentation du risque à partir du logarithme de la volatilité conditionnelle semble pertinente pour expliquer la dynamique des excès de rendement du marché des euro-devises, malgré l'absence de réelles justifications théoriques. A l'inverse de Belhomme (1990), nous obtenons des estimations du ratio rendement-risque systématiquement positives sur le marché français (il est vrai, sur une période beaucoup plus étendue).

Enfin, à l'inverse de ce qu'obtiennent Baillie et DeGennaro (1990) et Poon et Taylor (1992), le choix d'une loi de Student, au lieu d'une densité normale, ne conduit pas à une dégradation de l'estimation du ratio rendement-risque. Comme le montre le tableau 5, les valeurs de  $\delta$  se réduisent légèrement pour l'euro-dollar lorsque l'on passe d'une loi normale à une loi de Student ou une GED ; mais, il n'en est pas de même pour l'euro-mark et l'euro-franc. Le ratio rendement-risque augmente pour ces deux devises lorsque l'on adopte une loi de Student et surtout une GED comme distribution conditionnelle.

#### 5.4 Caractéristiques de primes de portage

L'obtention d'une liaison positive et significative entre l'excès de rendement et la volatilité conditionnelle pour les taux sur l'euro-dollar, l'euro-mark et l'euro-franc confirme le caractère variable de la prime de risque au cours du temps. Il nous a paru intéressant d'analyser certaines caractéristiques des primes de portage ainsi obtenues. Celles-ci sont estimées sous la forme  $pr_t = \hat{\gamma} + \hat{\delta} \ln(\sigma_t)$  dans le modèle IGARCH-in-Mean (12) avec loi de Student pour l'euro-dollar et GED pour l'euro-mark et l'euro-franc. Le graphique 2 présente l'évolution des primes de portage ainsi estimées.

Le tableau 6 présente les principales propriétés statistiques des primes de portage associées aux modèles donnant la log-vraisemblance maximale. Il est en particulier intéressant de comparer ces propriétés statistiques avec celles obtenues pour les excès de rendement de portage (tableau 1). On note en particulier que l'écart-type des primes de portage est beaucoup plus faible que celui des excès de rendement. Ce résultat traduit le pouvoir explicatif assez faible du modèle IGARCH-in-Mean pour rendre compte de la dynamique des excès de rendement. Cela peut être dû au fait que le risque dépend de façon plus complexe de la volatilité conditionnelle, mais également, peut-être, d'autres déterminants. Le faible pouvoir explicatif peut provenir aussi de la présence d'erreurs d'anticipation très volatiles. Les anticipations ne sont pas alors nécessairement non-rationnelles, mais cela implique de médiocres anticipations des rendements futurs de la part des intervenants sur les marchés. La forte auto-corrélation d'ordre 1 des primes de portage reflète le comportement non-stationnaire des volatilités.

La prime de portage estimée apparaît finalement relativement faible, de l'ordre de 0,05 à 0,07% par mois, soit nettement moins de 1% par an. Il s'agit de l'ordre de grandeur obtenu par Engle, Lilien et Robbins (1987) à partir des bons du trésor américain (0,14% par trimestre). En fait, elle a connu une évolution en deux dans les trois marchés concernés : elle est passée de 0,08% à 0,15% par mois entre 1975 et 1980, au moment du resserrement monétaire observé dans les trois pays étudiés ; puis elle a décliné, régulièrement pour l'euro-dollar, de façon plus erratique en Allemagne et en France ; fin 1998, elle s'établit autour de 0 pour les primes européennes, autour

de 0,2% par mois pour la prime sur l'euro-dollar.

Nous avons également considéré les corrélations entre les primes de portage estimées et un certain nombre de variables disponibles sur les marchés d'euro-devises : les pentes des taux, les taux courts et les primes de portage associées aux autres marchés (tableau 7). On observe tout d'abord que, pour les trois marchés d'euro-devises, les corrélations avec les pentes des taux sont très faibles (comprises entre -0,07 pour l'euro-dollar et 0,06 pour l'euro-mark). Ce résultat contredit, au moins en partie, l'hypothèse de Mankiw et Miron (1986) et Hardouvelis (1988), selon laquelle le rejet de la théorie des anticipations de la structure par terme serait lié à l'existence d'une prime de portage fortement et négativement corrélée à la pente des taux. On remarque toutefois que la prime de portage n'est autorisée à dépendre ici que d'une fonction de la volatilité conditionnelle. Il est possible qu'en autorisant un ensemble d'information plus large (prenant en compte notamment les variations de taux et les pentes des taux passées, comme dans Hardouvelis, 1988), nous retrouvions des résultats plus favorables vis-à-vis de cette hypothèse.

Par ailleurs, on obtient une corrélation très forte entre la prime de portage et le taux court, comprise entre 0,5 pour l'euro-mark et 0,8 pour l'euro-dollar. En revanche, la corrélation avec la variation du taux court est très faible (entre -0,04 et 0,06). Ces résultats sont cohérents avec l'obtention d'une forte persistance de la variance conditionnelle, puisque, comme de nombreuses études l'ont mis en évidence, on ne peut généralement pas rejeter la non-stationnarité des taux courts (cf. notamment Shea, 1992).

En ce qui concerne les corrélations entre les primes de portage des trois marchés, on observe qu'elles sont relativement fortes : 0,82, 0,70 et 0,61 pour les relations dollar-mark, dollar-franc et mark-franc respectivement. Les trois primes sont marquées par un net accroissement entre la fin des années 1970 et le début des années 1980. La prime sur l'euro-franc est caractérisée par une augmentation sensible entre 1992 et 1994, ce qui semble expliquer la moindre corrélation avec les deux autres marchés.

## 6 Conclusion

La plupart des modèles d'évaluation d'actifs financiers établissent une relation théorique entre l'excès de rendement et le risque associé à ce rendement. Nous avons étudié cette relation pour le marché des euro-devises, à partir de modèles ARCH-in-Mean. Comme souvent sur données financières, la dynamique de la variance conditionnelle apparaît non-stationnaire, conduisant à adopter une représentation IGARCH. Ce résultat confirme les estimations menées par Engle, Lilien et Robbins (1987). Nous avons également testé, sans parvenir à la mettre en évidence, la présence d'effets d'asymétrie, c'est-à-dire d'effets différents de chocs de rendement positifs ou négatifs sur la volatilité conditionnelle. Ce résultat traduit une différence importante avec les autres prix d'actifs comme les indices boursiers et les taux de change, pour lesquels on trouve généralement des asymétries marquées. De plus, la présence d'une skewness et surtout d'une kurtosis nettement différentes de celles induites par une densité normale conduisent à retenir comme densité de distribution une loi de Student pour l'euro-dollar et une GED pour l'euro-mark et l'euro-franc.

Il existe une relation positive et significative entre l'excès de rendement et le risque pour les trois marchés étudiés. La représentation la plus appropriée du risque semble indépendante du marché : il s'agit du logarithme de la volatilité conditionnelle.

Les ratios rendement-risque obtenus sont plus faibles que ceux obtenus par des études antérieures menées sur les rendements boursiers (French, Schwert et Stambaugh, 1987, Baillie et DeGennaro, 1990, notamment), mais assez proches de celles obtenues sur les rendements monétaires ou obligataires (Engle, Lilien et Robbins, 1987, Campbell et Galbraith, 1996). Si l'on considère la représentation IGARCH-in-Mean, avec loi de Student ou GED selon les marchés, on obtient ainsi pour le portefeuille équilibré une évaluation très stable du prix de marché du risque  $\theta$  (associé au modèle avec écart-type conditionnel) de l'ordre de 0,19-0,27; en revanche, l'estimation du degré d'aversion pour le risque  $\lambda$  (associé à la variance conditionnelle) est beaucoup plus volatile, comprise entre 0,20 et 0,47.

Finalement, la prime de portage estimée est variable au cours du temps, mais elle reste relativement faible, de l'ordre de 0,05 à 0,07% par mois. Il s'agit de l'ordre de grandeur obtenu par Engle, Lilien et Robbins (1987) à partir des bons du trésor américain (0,14% par trimestre). Elle est aujourd'hui proche de 0 pour l'euro-mark et l'euro-franc et de 0,02% par mois pour l'euro-dollar.

## Références

- [1] AIT-SAHALIA, Y., et A.W. LO (1998), "Nonparametric Risk Management and Implied Risk Aversion", mimeo, Graduate School of Business, University of Chicago, et Sloan School of Management, MIT.
- [2] ATTANASIO, O.P. (1991), "Risk, Time-Varying Second Moments and Market Efficiency", *Review of Economic Studies*, 58, 479-494.
- [3] ATTANASIO, O.P., et G. WEBER (1989), "Intertemporal Substitution, Risk Aversion and the Euler Equation for Consumption", *Economic Journal*, 99(395), 59-73.
- [4] BAILLIE, R.T., et T. BOLLERSLEV (1990), "A Multivariate Generalized ARCH Approach to Modeling Risk Premia in Forward Foreign Exchange Rate Markets", *Journal of International Money and Finance*, 9, 309-324.
- [5] BAILLIE, R.T., et R.P. DEGENNARO (1990), "Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, 203-214.
- [6] BELHOMME, C. (1990), "Prime de risque et effet ARCH", *Revue Economique*, 41(3), 55-69.
- [7] BERNDT, E.K., H.B. HALL, R.E. HALL, et J.A. HAUSSMAN (1974), "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models", *Annals of Economic and Social Measurement*, 4, 653-666.
- [8] BLACK, F. (1976), "Studies in Stock Price Volatility Changes", *Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economic Statistics Section*, American Statistical Association.
- [9] BOLLERSLEV, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditionally Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 309-328.
- [10] BOLLERSLEV, T. (1987), "A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return", *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.
- [11] BOLLERSLEV, T., R.Y. CHOU, et K.F. KRONER (1992), "ARCH Modelling in Finance : A Review of the Theory and Empirical Evidence", *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.

- [12] BOLLERSLEV, T., R.F. ENGLE et D.B. NELSON (1994), "ARCH Models", in R.F. Engle et D.L. McFadden, *Handbook of Econometrics*, volume IV, Elsevier.
- [13] BOLLERSLEV, T., R.F. ENGLE et J.M. WOOLDRIDGE (1988), "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances", *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.
- [14] BOUGEROL, P., et N. PICARD (1990), "Stationarity of GARCH Processes and of some Nonnegative Time Series", *Journal of Econometrics*, 52, 115-127.
- [15] BOX, B.E.P., et D.R. COX (1964), "An Analysis of Transformations", *Journal of the Royal Statistical Society*, B26, 211-243.
- [16] CAMPBELL, B., et J.W. GALBRAITH (1996), "Non-Parametric Regression Models of Deviations from Orthogonality in the Expectations Theory of the Term Structure", document de travail Concordia University et McGill University, Montréal, présenté au colloque "Forecasting Financial Markets", 28-29 mars 1996, Londres.
- [17] CAMPBELL, J.Y., et L. HENTSCHEL (1992), "No News Is Goos News : An Asymmetric Model of Changing Volatility", *Journal of Financial Economics*, 31, 281-318.
- [18] CHOU, R.Y. (1988), "Volatility Persistence and Stock Valuations", *Journal of Applied Econometrics*, 3, 279-294.
- [19] CHOU, R.Y., R.F. ENGLE et A. KANE (1992), "Measuring Risk Aversion from Excess Returns on a Stock Index", *Journal of Econometrics*, 52, 201-224.
- [20] CHRISTIE, A.A. (1982), "The Stochastic Behavior of Common Stock Variances : Value, Leverage and Interest Rate Effects", *Journal of Financial Economics*, 10, 407-432.
- [21] CROUHY, M., et M. ROCKINGER (1997), "Volatility Cycles of French Financial Markets", *Finance*, 18(2), 29-50.
- [22] DIEBOLD, F.X. (1988), *Empirical Modeling of Exchange Rate Dynamics*, Springer-Verlag, New York.
- [23] ENGLE, R.F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.
- [24] ENGLE, R.F., et T. BOLLERSLEV (1986), "Modelling the Persistence of Conditional Variances", *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
- [25] ENGLE, R.F., et G. GONZALEZ-RIVERA (1991), "Semi-Parametric ARCH Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, 345-359.
- [26] ENGLE, R.F., D.M. LILIEN, et R.P. ROBBINS (1987), "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure : The ARCH-M Model", *Econometrica*, 55, 391-407.
- [27] ENGLE, R.F., et V.K. NG (1991), "Time-Varying Volatility and the Dynamic Behavior of the Term Structure", NBER Working Paper 3682.
- [28] ENGLE, R.F., et V.K. NG (1993), "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", *Journal of Finance*, 48, 1749-1778.
- [29] FERSON, W., et G. CONSTANTINIDES (1991), "Habit Persistence and Durability in Agregate Consumption : Empirical Tests", *Journal of Financial Economics*, 29, 199-240.
- [30] FRENCH, K.R., G.W. SCHWERT et R.F. STAMBAUGH (1987), "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, 3-30.

- [31] FRIEDMAN, B.M., et K.N. KUTTNER (1988), "Time-Varying Risk Perceptions and the Pricing of Risky Assets", *Oxford Economic Papers*, 44(4), .
- [32] GALLANT, A.R., et G. TAUCHEN (1989), "Seminonparametric Estimation of Conditionally Constrained Heterogeneous Processes : Asset Pricing Applications", *Econometrica*, 57, 1091-1120.
- [33] GALLANT, A.R., P.E. ROSSI, et G. TAUCHEN (1992), "Stock Prices and Volume", *Review of Financial Studies*, 5(2), 199-242.
- [34] GLOSTEN, R.T., R. JAGANNATHAN, et D. RUNKLE (1993), "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return of Stocks", *Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- [35] GOURLAOUEN, J-P. (1988), "Une nouvelle exploration de la structure par terme des taux d'intérêt", *Économie et Société*, 6(1), 271-300.
- [36] HANSEN, B.E. (1994), "Autoregressive Conditional Density Estimation", *International Economic Review*, 35(3), 705-730.
- [37] HARDOUVELIS, G.A. (1988), "The Predictive Power of the Term Structure during Recent Monetary Regimes", *Journal of Finance*, 43(2), 339-356.
- [38] JORION, P. (1988), "On Jump Processes in the Foreign Exchange and Stock Markets", *Review of Financial Studies*, 1, 427-445.
- [39] LINTNER, J. (1965), "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37.
- [40] MARKOVITZ, H.M. (1952), "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- [41] MARKOWITZ, H.M. (1959), *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments*, Wiley, New York.
- [42] MANDELROT, B. (1963), "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, 36, 394-419.
- [43] MCCULLOCH, J.H. (1993), "A Reexamination of Traditional Hypotheses about the Term Structure : A Comment", *Journal of Finance*, 48(2), 779-789.
- [44] MERTON, R.C. (1980), "On Estimating the Expected Return on the Market : An Exploratory Investigation", *Journal of Financial Economics*, 8, 323-361.
- [45] NELSON, D.B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns : A New Approach", *Econometrica*, 59(2), 347-370.
- [46] POON, S-H., et S.J. TAYLOR (1992), "Stock Returns and Volatility : An Empirical Study of the UK Stock Market", *Journal of Banking and Finance*, 16, 37-59.
- [47] SCHWERT, G.W. (1989), "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?", *Journal of Finance*, 44, 1115-1153.
- [48] SHARPE, W.F. (1964), "Capital Asset Prices : A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, 19, 425-442.
- [49] SHEA, G.S. (1992), "Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-Rate Term Structure : An Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), 347-366.
- [50] TAYLOR, M.P. (1992), "Modelling the Yield Curve", *The Economic Journal*, 102, 524-537.

- [51] THOMAS, S-H., et M.R. WICKENS (1993), "An International CAPM for Bonds and Equities", *Journal of International, Money and Finance*, 12(4), 390-412.
- [52] TOBIN, J. (1958), "Liquidity Preference as Behaviour Toward Risk", *Review of Economic Studies*, 56, 65-86.
- [53] ZAKOIAN, J.M. (1994), "Threshold Heteroskedastic Models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 931-955.



Tableau 1 : Propriétés statistiques des excès de rendement

Le tableau présente les principales statistiques décrivant les excès de rendement de portage pour les différents couples de maturités et pour le portefeuille équilibré (noté  $er_t^{(1,eq)}$ ) :  $\sigma$  est l'écart-type ;  $LB_c(K)$  est la statistique de Ljung-Box, corrigée pour hétéroscédasticité, associée au test de nullité jointe des  $K$  premières autocorrélations de la série ;  $LB_2(K)$  est la statistique de Ljung-Box associée au test de nullité jointe des  $K$  premières autocorrélations du carré de la série. Ces deux statistiques suivent un  $\chi^2$  à  $K$  degrés de liberté.  $SK$  et  $EK$  sont la skewness et l'excès de kurtosis non-conditionnels ; sous l'hypothèse de nullité,  $T(SK/6)$  et  $T(EK/24)$  suivent un  $\chi^2$  à un degré de liberté.  $JB = T(SK/6 + EK/24)$  est la statistique de Jarque et Bera ; sous l'hypothèse nulle de normalité,  $JB$  suit un  $\chi^2$  à deux degrés de liberté. <sup>a</sup>, <sup>b</sup> et <sup>c</sup> indiquent que la statistique est significative aux seuils de 1%, 5% et 10% respectivement.

marché ( $m, n$ )	$\bar{x}$ (x100)	$\sigma$ (x100)	$LB_c(12)$	$LB_c(24)$	$LB_2(12)$	$LB_2(24)$	$SK$	$EK$	$JB$
<b>euro-dollar</b>									
(1, 3)	2,6	12,9	15,5	32,5	171,2	<sup>a</sup> 233,0	<sup>a</sup> 1,4	<sup>a</sup> 11,9	<sup>a</sup> 1717,5
(1, 6)	5,2	31,8	12,5	25,6	153,6	<sup>a</sup> 224,6	<sup>a</sup> 1,1	<sup>a</sup> 9,5	<sup>a</sup> 1062,7
(1, 12)	6,8	61,1	13,8	26,5	103,6	<sup>a</sup> 166,9	<sup>a</sup> 0,7	<sup>a</sup> 7,6	<sup>a</sup> 679,2
(3, 6)	2,9	12,2	40,7	<sup>a</sup> 59,3	<sup>a</sup> 259,7	<sup>a</sup> 327,9	<sup>a</sup> 0,8	<sup>a</sup> 6,5	<sup>a</sup> 508,2
(3, 12)	5,0	32,5	50,1	<sup>a</sup> 62,3	<sup>a</sup> 319,8	<sup>a</sup> 373,1	<sup>a</sup> 0,1	<sup>a</sup> 4,8	<sup>a</sup> 256,5
(6, 12)	2,8	15,0	161,0	<sup>a</sup> 79,8	<sup>a</sup> 356,2	<sup>a</sup> 451,7	<sup>a</sup> -0,9	<sup>a</sup> 2,4	<sup>a</sup> 99,3
(1, eq)	4,9	34,6	12,9	26,4	122,0	<sup>a</sup> 188,7	<sup>a</sup> 1,0	<sup>a</sup> 8,9	<sup>a</sup> 951,4
<b>euro-mark</b>									
(1, 3)	1,5	7,6	13,0	21,0	1,3	2,5	-3,5	<sup>a</sup> 40,0	<sup>a</sup> 18848,4
(1, 6)	3,2	18,4	16,8	25,4	4,5	98,8	-2,6	<sup>a</sup> 25,0	<sup>a</sup> 7486,1
(1, 12)	5,9	39,0	18,2	23,2	24,1	36,9	<sup>b</sup> -1,1	<sup>a</sup> 8,2	<sup>a</sup> 822,0
(3, 6)	1,7	6,6	113,1	<sup>a</sup> 131,0	<sup>a</sup> 125,3	<sup>a</sup> 151,0	<sup>a</sup> -0,6	<sup>a</sup> 4,8	<sup>a</sup> 275,5
(3, 12)	3,1	19,8	117,9	<sup>a</sup> 133,4	<sup>a</sup> 175,3	<sup>a</sup> 247	<sup>a</sup> -0,7	<sup>a</sup> 2,3	<sup>a</sup> 77,2
(6, 12)	1,7	10,2	255,8	<sup>a</sup> 276,0	<sup>a</sup> 339,1	<sup>a</sup> 524,1	<sup>a</sup> -0,6	<sup>a</sup> 1,7	<sup>a</sup> 47,6
(1, eq)	3,1	2,8	17,8	23,6	9,11	17,2	-1,9	<sup>a</sup> 16,3	<sup>a</sup> 3229,7
<b>euro-franc</b>									
(1, 3)	4,0	29,4	9,6	15,4	214	<sup>a</sup> 229,1	<sup>a</sup> -0,2	<sup>a</sup> 10,1	<sup>a</sup> 1158,8
(1, 6)	5,6	50,9	5,1	9,9	173,0	<sup>a</sup> 217,7	<sup>a</sup> -0,1	<sup>a</sup> 6,1	<sup>a</sup> 430,6
(1, 12)	5,9	75,5	6,1	16,4	123,9	<sup>a</sup> 156,4	<sup>a</sup> -0,5	<sup>a</sup> 3,5	<sup>a</sup> 146,0
(3, 6)	2,6	17,7	31,4	<sup>a</sup> 35,9	<sup>c</sup> 333,7	<sup>a</sup> 382,0	<sup>a</sup> -1,0	<sup>a</sup> 5,5	<sup>a</sup> 391,8
(3, 12)	3,2	35,8	30,9	<sup>a</sup> 38,5	<sup>b</sup> 256,5	<sup>a</sup> 266,2	<sup>a</sup> -1,1	<sup>a</sup> 5,0	<sup>a</sup> 343,7
(6, 12)	1,5	16,7	76,1	<sup>a</sup> 83,8	<sup>a</sup> 232,2	<sup>a</sup> 261,0	<sup>a</sup> -1,3	<sup>a</sup> 5,6	<sup>a</sup> 431,9
(1, eq)	5,2	50,3	5,5	12,8	160,8	<sup>a</sup> 203,0	<sup>a</sup> -0,4	<sup>b</sup> 5,1	<sup>a</sup> 306,6

Tableau 2 : Caractéristiques des modèles GARCH et IGARCH

Le tableau indique les résultats des estimations des modèles GARCH et IGARCH avec densité normale.  $\ln L$  est la log-vraisemblance du modèle. Les paramètres sont définis par les équations (4) à (6).  $LB_c(24)$  et  $LB_2(24)$  sont respectivement la statistique de Ljung-Box, corrigée pour l'hétéroscédasticité, associée au test de nullité jointe des 24 premières autocorrélations des résidus standardisés et la statistique de Ljung-Box associée au test de nullité jointe des 24 premières autocorrélations des carrés des résidus standardisés. Sous l'hypothèse nulle, elles sont distribuées comme un  $\chi^2$  à 24 degrés de liberté.  $t(b_1)$ ,  $t(b_2)$ ,  $t(b_3)$  et  $\xi$  sont les statistiques de test associées aux tests d'asymétrie proposés par Engle et Ng (1993) (équations (7) à (10)). <sup>a</sup>, <sup>b</sup> et <sup>c</sup> indiquent que la statistique est significative aux seuils de 1%, 5% et 10% respectivement.

marché (modèle)	$\ln L$ ( $\times 100$ )	$LB_c(24)$ $LB_2(24)$	paramètres estimés			tests d'asymétrie			
			$\alpha$	$\beta$	$\alpha + \beta$	$t(b_1)$	$t(b_2)$	$t(b_3)$	$\xi$
<b>euro-dollar</b>									
vol. const.	-35,85	26,4 188,7 <sup>a</sup>	—	—	—	1,16	-5,10 <sup>a</sup>	3,49 <sup>a</sup>	47,29 <sup>a</sup>
GARCH	-3,01	28,8 27,3	0,113 (0,98)	0,894 (7,92)	1,007	1,34	-1,64	-0,56	2,96
IGARCH	-3,07	28,5 28,9	0,107 (0,86)	0,893	1,000	1,38	-1,72 <sup>c</sup>	-0,51	3,24
<b>euro-mark</b>									
vol. const.	15,19	23,6 17,2	—	—	—	1,17	-1,36	-0,13	0,88
GARCH	29,95	25,4 9,8	0,125 (2,39)	0,877 (24,77)	1,002	1,70 <sup>c</sup>	-0,80	-1,11	2,89
IGARCH	29,94	25,4 9,8	0,123 (3,53)	0,877	1,000	1,70 <sup>c</sup>	-0,81	-1,11	2,87
<b>euro-franc</b>									
vol. const.	-73,16	12,8 203,0 <sup>a</sup>	—	—	—	1,47	-4,43 <sup>a</sup>	-0,78	18,94 <sup>a</sup>
GARCH	-42,35	20,0 16,5	0,189 (1,61)	0,830 (9,21)	1,019	0,40	-0,81	-1,90 <sup>c</sup>	4,07
IGARCH	-42,48	19,6 17,0	0,163 (2,10)	0,837	1,000	1,60	-0,96	-1,81	3,90

Tableau 3 : Caractéristiques des modèles IGARCH-in-Mean selon la distribution conditionnelle et la forme du risque

Le tableau indique les résultats des estimations des modèles IGARCH-in-Mean pour les différentes distributions conditionnelles et les différentes représentations du risque considérées. Les paramètres sont définis par les équations (12) à (14). Dans l'équation (14), on a  $\theta_1 = 1/\nu$  pour la loi de Student,  $\theta_1 = \eta$  pour la GED et  $\theta_1 = \{a_3; a_4\}$  pour le développement en polynômes d'Hermite.  $\ln L$  est la log-vraisemblance du modèle.  $EK^*$  représente l'excès de kurtosis déduit des paramètres estimés. On a  $EK^* = 3(\nu - 2)/(\nu - 4)$  pour la loi de Student,  $EK^* = \Gamma(1/\eta)\Gamma(5/\eta)/\Gamma(3/\eta)^2$  pour la GED et  $EK^* = a_4$  pour le développement en polynômes d'Hermite.

marché (modèle)	Normale	Student			GED			Hermite		
	$\ln L$ (x100)	$\ln L$ (x100)	$1/\nu$	$EK^*$	$\ln L$ (x100)	$\eta$	$EK^*$	$\ln L$ (x100)	$a_3$	$a_4$
<b>euro-dollar</b>										
$\varphi(\sigma)=...$										
<i>cte</i>	-3,07	0,43	0,109 (2,16)	1,16	-0,18	1,388 (7,06)	1,05	-0,43	-0,184 (0,88)	1,08 (1,88)
$\sigma$	-1,91	1,47	0,106 (2,06)	1,10	0,42	1,439 (6,30)	0,91	0,12	-0,136 (0,63)	0,96 (1,46)
$\sigma^2$	-2,63	0,79	0,107 (2,08)	1,12	-0,08	1,417 (6,47)	0,97	-0,27	-0,157 (0,75)	1,03 (1,73)
$\ln \sigma$	-1,57	1,54	0,103 (2,02)	1,05	0,71	1,434 (6,50)	0,93	0,38	-0,144 (0,69)	0,95 (1,50)
<b>euro-mark</b>										
$\varphi(\sigma)=...$										
<i>cte</i>	29,94	34,71	0,137 (2,66)	1,82	34,99	1,223 (7,76)	1,64	33,59	0,008 (0,03)	1,53 (2,88)
$\sigma$	30,42	35,51	0,150 (2,95)	2,25	36,08	1,168 (7,29)	1,90	34,56	0,135 (0,49)	1,66 (3,15)
$\sigma^2$	30,30	35,17	0,141 (2,77)	1,94	35,65	1,198 (7,88)	1,75	34,25	0,107 (0,39)	1,60 (3,08)
$\ln \sigma$	30,50	35,82	0,154 (3,01)	2,41	36,49	1,143 (6,91)	2,03	34,94	0,177 (0,62)	1,82 (3,02)
<b>euro-franc</b>										
$\varphi(\sigma)=...$										
<i>cte</i>	-42,48	-39,34	0,142 (3,13)	1,97	-38,36	1,212 (9,54)	1,69	-38,32	-0,353 (1,77)	1,40 (3,35)
$\sigma$	-42,36	-38,71	0,154 (3,30)	2,41	-37,61	1,172 (9,40)	1,88	-37,74	-0,328 (1,47)	1,56 (3,79)
$\sigma^2$	-42,33	-38,86	0,148 (3,22)	2,18	-37,82	1,192 (9,48)	1,78	-37,85	-0,329 (1,51)	1,51 (3,61)
$\ln \sigma$	-42,40	-38,83	0,151 (3,29)	2,29	-37,58	1,156 (9,64)	1,96	-37,78	-0,335 (1,52)	1,57 (3,80)

Tableau 4a : Estimations des modèles IGARCH-in-Mean avec distribution conditionnelle de Student

Le tableau indique les résultats des estimations des modèles IGARCH-in-Mean pour la loi de Student. Les paramètres sont définis par les équations (12) à (14). Dans l'équation (14), on a  $\theta_1 = 1/\nu$ .  $\ln L$  est la log-vraisemblance du modèle.  $LB_c$  (24) et  $LB_2$  (24) sont respectivement la statistique de Ljung-Box, corrigée pour l'hétéroscédasticité, associée au test de nullité jointe des 24 premières autocorrélations des résidus standardisés et la statistique de Ljung-Box associée au test de nullité jointe des 24 premières autocorrélations des carrés des résidus standardisés. Sous l'hypothèse nulle, elles sont distribuées comme un  $\chi^2$  à 24 degrés de liberté.  $SK$  et  $EK$  sont la skewness et l'excès de kurtosis non-conditionnels.

marché (modèle)	$\ln L$ (x100)	$\gamma$ (x100)	$\sigma_0$ (x100)	$\alpha$	$\delta$	$1/\nu$	$LB_c$ (24) $LB_2$ (24)	$SK$ $EK$	
<b>euro-dollar</b>									
$\varphi(\sigma)=...$									
<i>cte</i>	0,43	4,155 (4,54)	0,000 (0,00)	0,164 (1,26)	—	0,109 (2,16)	30,0 28,6	-0,95 4,55	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma$	1,47	0,535 (0,25)	0,000 (0,00)	0,181 (1,79)	0,259 (2,20)	0,106 (2,06)	28,6 14,0	-0,95 4,28	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma^2$	0,79	3,478 (3,33)	0,000 (0,00)	0,171 (1,30)	0,228 (1,61)	0,107 (2,08)	28,6 14,3	-0,98 4,49	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\ln \sigma$	1,54	14,260 (2,96)	0,000 (0,00)	0,176 (2,09)	0,048 (1,87)	0,103 (2,02)	28,1 15,6	-0,89 3,98	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
<b>euro-mark</b>									
$\varphi(\sigma)=...$									
<i>cte</i>	34,71	2,561 (2,90)	0,000 (0,00)	0,146 (1,94)	—	0,137 (2,66)	23,1 7,4	-0,24 5,85	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma$	35,51	-0,817 (0,48)	-0,007 (0,21)	0,186 (1,88)	0,270 (2,48)	0,150 (2,95)	23,9 5,8	0,16 6,90	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma^2$	35,17	1,589 (1,55)	0,000 (0,00)	0,148 (1,59)	0,469 (2,52)	0,141 (2,77)	24,8 6,6	-0,05 6,13	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\ln \sigma$	35,82	12,624 (3,11)	-0,017 (0,39)	0,219 (1,97)	0,045 (2,48)	0,154 (3,01)	21,4 5,5	0,23 7,52	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
<b>euro-franc</b>									
$\varphi(\sigma)=...$									
<i>cte</i>	-39,34	2,722 (2,05)	0,008 (0,08)	0,222 (2,36)	—	0,142 (3,13)	20,6 14,9	-0,77 2,16	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma$	-38,71	-0,645 (0,28)	0,005 (0,06)	0,228 (2,44)	0,189 (2,01)	0,154 (3,30)	20,9 14,3	-0,82 2,43	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma^2$	-38,86	1,771 (1,26)	0,000 (0,00)	0,218 (2,31)	0,196 (2,17)	0,148 (3,22)	20,6 14,6	-0,79 2,28	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\ln \sigma$	-38,83	9,835 (2,26)	0,006 (0,07)	0,224 (2,60)	0,037 (1,56)	0,151 (3,29)	20,8 14,5	-0,82 2,39	<sup>a</sup> <sup>a</sup>

Tableau 4b : Estimations des modèles IGARCH-in-Mean avec distribution conditionnelle GED

Le tableau indique les résultats des estimations des modèles IGARCH-in-Mean pour la GED. Les paramètres sont définis par les équations (12) à (14). Dans l'équation (14), on a  $\theta_1 = \eta$ .  $\ln L$  est la log-vraisemblance du modèle.  $LB_c$  (24) et  $LB_2$  (24) sont respectivement la statistique de Ljung-Box, corrigée pour l'hétéroscédasticité, associée au test de nullité jointe des 24 premières autocorrélations des résidus standardisés et la statistique de Ljung-Box associée au test de nullité jointe des 24 premières autocorrélations des carrés des résidus standardisés. Sous l'hypothèse nulle, elles sont distribuées comme un  $\chi^2$  à 24 degrés de liberté.  $SK$  et  $EK$  sont la skewness et l'excès de kurtosis non-conditionnels.

marché (modèle)	$\ln L$ (x100)	$\gamma$ (x100)	$\sigma_0$ (x100)	$\alpha$	$\delta$	$\eta$	$LB_c$ (24) $LB_2$ (24)	$SK$ $EK$	
<b>euro-dollar</b>									
$\varphi(\sigma)=...$									
<i>cte</i>	-0,18	4,650 (3,40)	0,014 (0,21)	0,111 (1,53)	—	1,388 (7,06)	28,6 27,6	-0,73 4,07	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma$	0,42	1,099 (0,37)	0,030 (0,29)	0,136 (1,12)	0,217 (1,27)	1,439 (6,31)	27,7 21,1	-0,83 4,05	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma^2$	-0,08	4,124 (2,60)	0,015 (0,19)	0,114 (1,26)	0,140 (0,63)	1,417 (6,47)	28,1 25,3	-0,76 4,05	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\ln \sigma$	0,71	15,227 (2,37)	0,036 (0,41)	0,142 (1,56)	0,055 (1,62)	1,434 (6,50)	27,5 21,7	-0,81 3,88	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
<b>euro-mark</b>									
$\varphi(\sigma)=...$									
<i>cte</i>	34,99	2,901 (10,03)	0,040 (1,00)	0,124 (3,04)	—	1,223 (7,76)	25,0 9,1	-0,62 5,90	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma$	36,08	-1,962 (0,73)	0,045 (0,91)	0,132 (2,16)	0,348 (3,21)	1,168 (7,29)	30,4 8,9	-0,38 5,57	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma^2$	35,65	1,566 (0,74)	0,025 (0,60)	0,103 (1,90)	0,540 (2,05)	1,198 (7,88)	28,3 9,1	-0,52 5,73	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\ln \sigma$	36,49	17,548 (1,65)	0,078 (0,76)	0,169 (1,42)	0,073 (1,30)	1,143 (6,91)	28,6 8,7	-0,36 5,98	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
<b>euro-franc</b>									
$\varphi(\sigma)=...$									
<i>cte</i>	-38,36	3,201 (9,81)	0,111 (0,61)	0,168 (2,28)	—	1,212 (9,54)	19,3 16,9	-0,70 2,23	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma$	-37,61	-1,265 (0,32)	0,088 (0,51)	0,153 (1,97)	0,203 (1,75)	1,172 (9,40)	19,6 17,7	-0,75 2,46	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\sigma^2$	-37,82	1,941 (7,71)	0,077 (0,43)	0,149 (1,88)	0,184 (1,13)	1,192 (9,51)	19,5 18,1	-0,72 2,35	<sup>a</sup> <sup>a</sup>
$\ln \sigma$	-37,58	13,884 (4,24)	0,111 (0,62)	0,160 (2,18)	0,067 (2,21)	1,156 (9,64)	19,5 17,4	-0,77 2,52	<sup>a</sup> <sup>a</sup>

Tableau 5 : Comparaison des ratios rendement-risque

Le tableau indique les ratios rendement-risque des modèles IGARCH-in-Mean avec distribution conditionnelle normale, de Student ou GED. Le coefficient  $\delta$  est indiqué avec, entre parenthèses, la statistique de Student associée.

marché (modèle)	Normale	Student	GED
<b>euro-dollar</b>			
$\varphi(\sigma)=...$			
$\sigma$	0,299 (3,45)	0,259 (2,20)	0,217 (1,27)
$\sigma^2$	0,247 (1,30)	0,228 (1,61)	0,140 (0,63)
$\ln \sigma$	0,074 (1,97)	0,048 (1,87)	0,055 (1,62)
<b>euro-mark</b>			
$\varphi(\sigma)=...$			
$\sigma$	0,255 (1,45)	0,270 (2,48)	0,348 (3,21)
$\sigma^2$	0,448 (1,62)	0,469 (2,52)	0,540 (2,05)
$\ln \sigma$	0,050 (1,29)	0,045 (2,48)	0,073 (1,30)
<b>euro-franc</b>			
$\varphi(\sigma)=...$			
$\sigma$	0,093 (0,65)	0,189 (2,01)	0,203 (1,75)
$\sigma^2$	0,119 (0,81)	0,196 (2,17)	0,184 (1,13)
$\ln \sigma$	0,023 (0,55)	0,037 (1,56)	0,067 (2,21)

Tableau 6 : Propriétés statistiques des primes de portage estimées

Le tableau présente les principales statistiques décrivant les primes de portage, estimées à partir du modèle maximisant la log-vraisemblance.

marché	moy	$\sigma$	min	max	Autocorrélations d'ordre...					
	(x100)	(x100)	(x100)	(x100)	1	2	3	6	12	24
<b>euro-dollar</b>	7,4	3,3	1,7	15,6	0,980	0,960	0,941	0,882	0,770	0,534
<b>euro-mark</b>	4,9	3,1	-0,7	15,7	0,958	0,916	0,873	0,775	0,619	0,353
<b>euro-franc</b>	7,0	4,0	-0,7	15,8	0,973	0,947	0,920	0,826	0,660	0,518

Tableau 7 : Corrélation entre les primes de portage estimées et certaines variables

Le tableau présente les corrélations entre les primes de portage, estimées à partir du modèle maximisant la log-vraisemblance, et les variables explicatives suivantes : la pente des taux, les taux courts, la variation des taux courts et les primes de portage estimées des autres marchés étudiés et les excès de rendement.

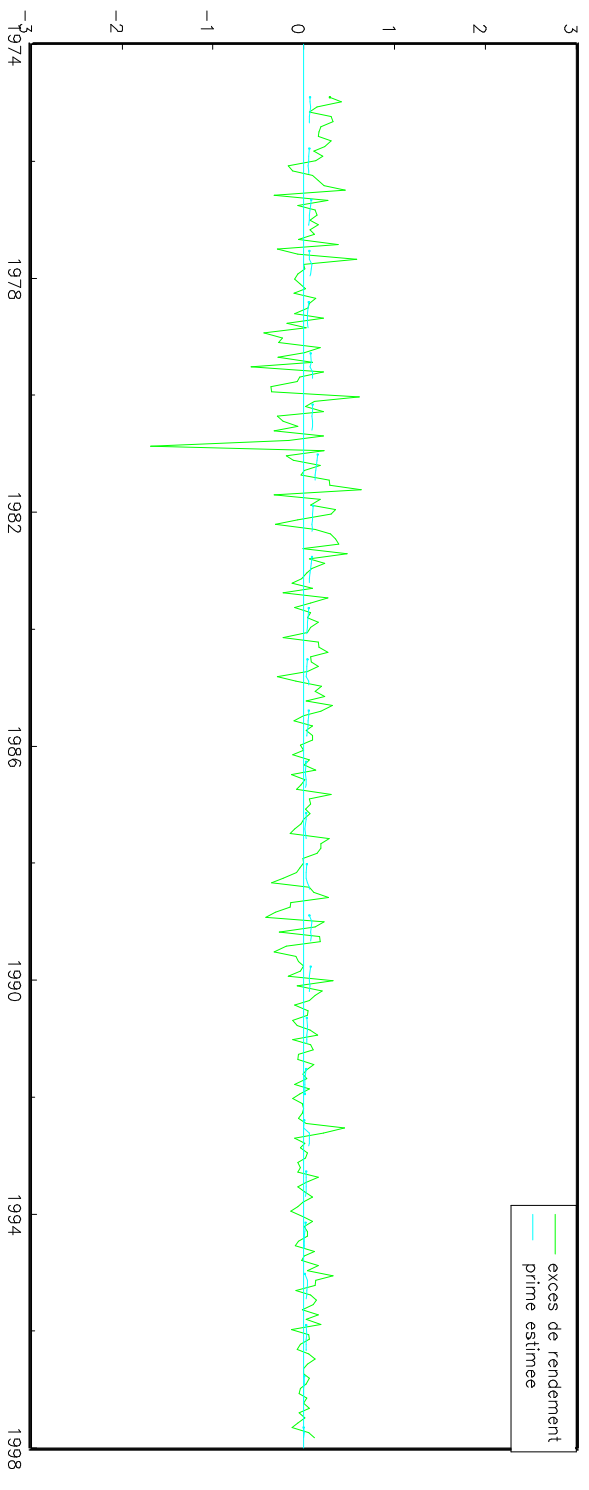
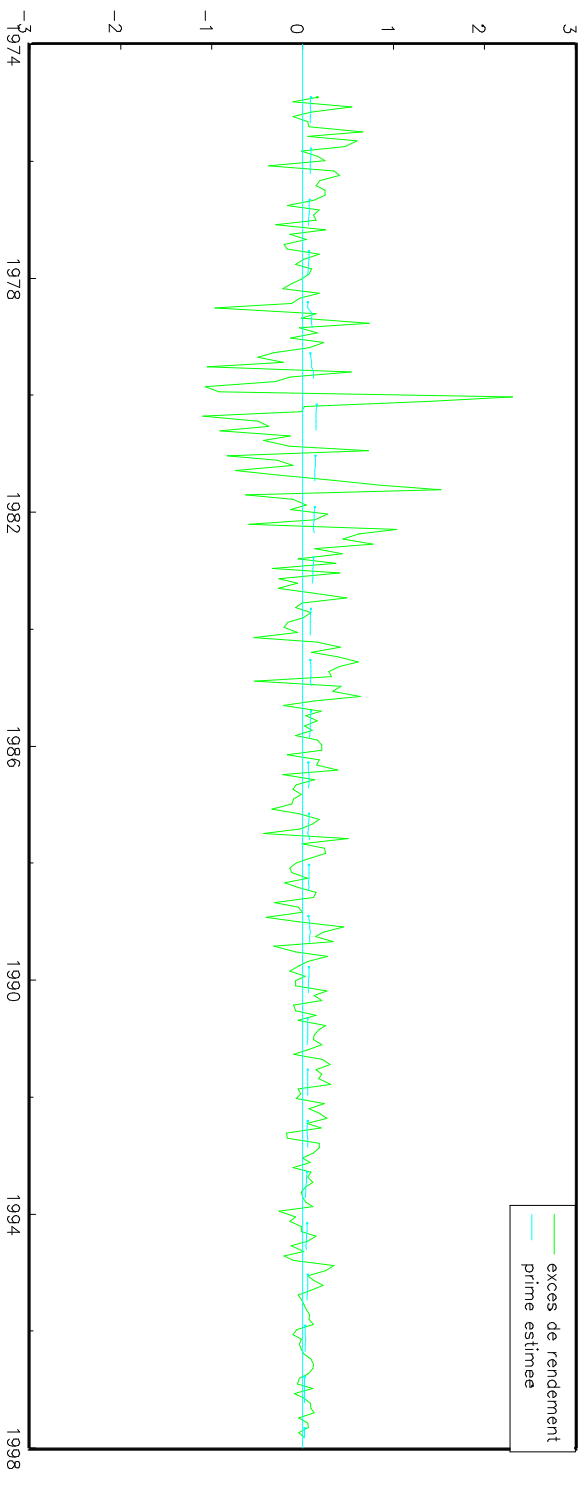
variable (marché)	prime de portage estimée sur ...		
	euro-dollar	euro-mark	euro-franc
<b>excès de rendement</b>			
euro-dollar	0,033	-0,010	0,065
euro-mark	0,014	0,032	0,153
euro-franc	-0,030	-0,068	0,072
<b>pente des taux</b>			
euro-dollar	-0,069	-0,128	0,137
euro-mark	0,104	0,057	0,065
euro-franc	0,120	-0,006	0,043
<b>taux court</b>			
euro-dollar	0,808	0,759	0,522
euro-mark	0,450	0,494	0,138
euro-franc	0,695	0,680	0,708
<b>variation du taux court</b>			
euro-dollar	-0,041	-0,018	-0,061
euro-mark	0,020	0,060	-0,111
euro-franc	0,023	0,059	-0,020
<b>prime de portage estimée</b>			
euro-dollar	1,000	0,815	0,695
euro-mark	0,815	1,000	0,606
euro-franc	0,695	0,606	1,000

Annexe : Diverses évaluations du ratio rendement-risque

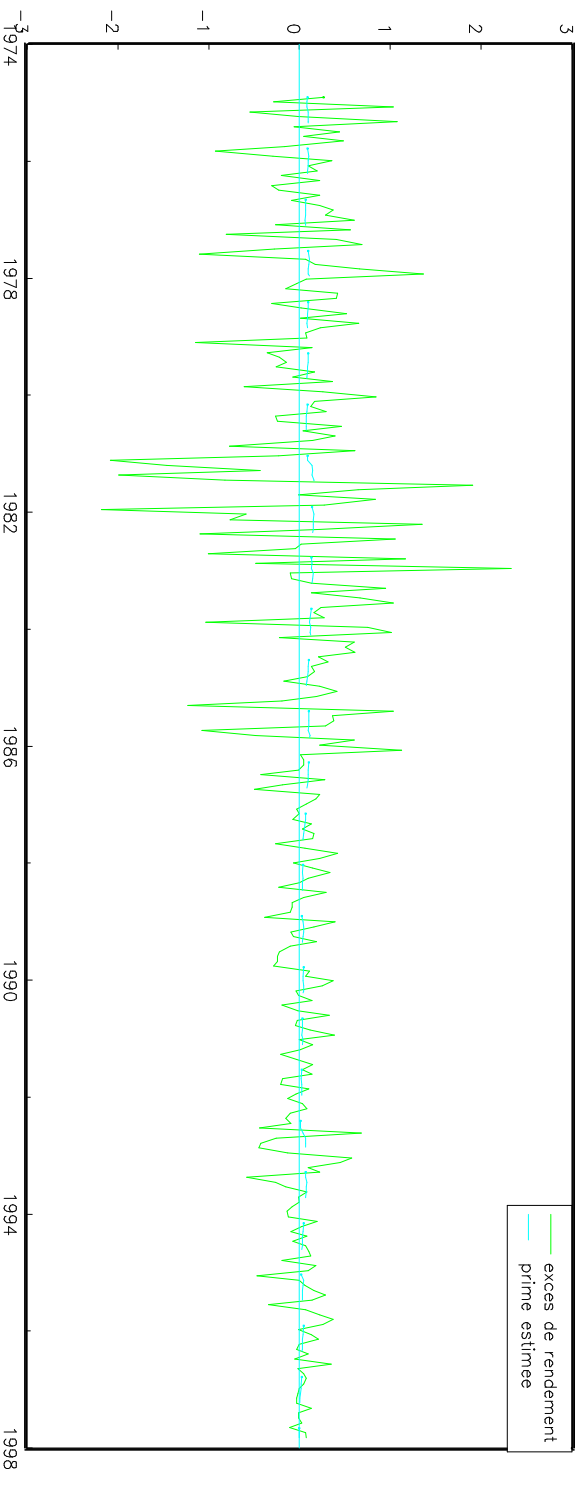
	Variance ( $\lambda$ )	Volatilité ( $\theta$ )	Caractéristiques des relations
<b>Marchés actions</b>			
Merton (1980)	3,16	0,17	vol. historique 52-78 NYSE
French <i>et alii</i> (1987)	1,06	0,06	vol. historique 52-84 NYSE
"	4,42	0,37	ARCH-M 52-84 NYSE
Chou (1988)	4,50		ARCH-M 62-85 NYSE
Baillie et DeGennaro (1990)		2,09	ARCH-M 70-87 NYSE normal
"		0,91	ARCH-M 70-87 NYSE student
Poon et Taylor (1992)		1,25	ARCH-M 65-89 FTSE normal
"		0,77	ARCH-M 65-89 FTSE student
<b>Marchés de taux d'intérêt</b>			
			ARCH-M
Engle <i>et alii</i> (1987)		0,69	60-84 bons du trésor américain
Belhomme (1990)		0,2-0,5	59-86 bons du trésor américain
"		-3,4	70-88 PIBOR
Campbell et Galbraith (1996)		0,2-0,5	60-93 bons du trésor américain
		0,5-0,9	60-93 bons du trésor canadien
<b>Cette étude</b>			
			ARCH-M 75-97 euro-devises
Euro-dollar	0,25	0,30	loi normale
	0,23	0,26	loi de student
Euro-mark	0,45	0,26	loi normale
	0,54	0,35	GED
Euro-franc	0,12	0,09	loi normale
	0,18	0,20	GED



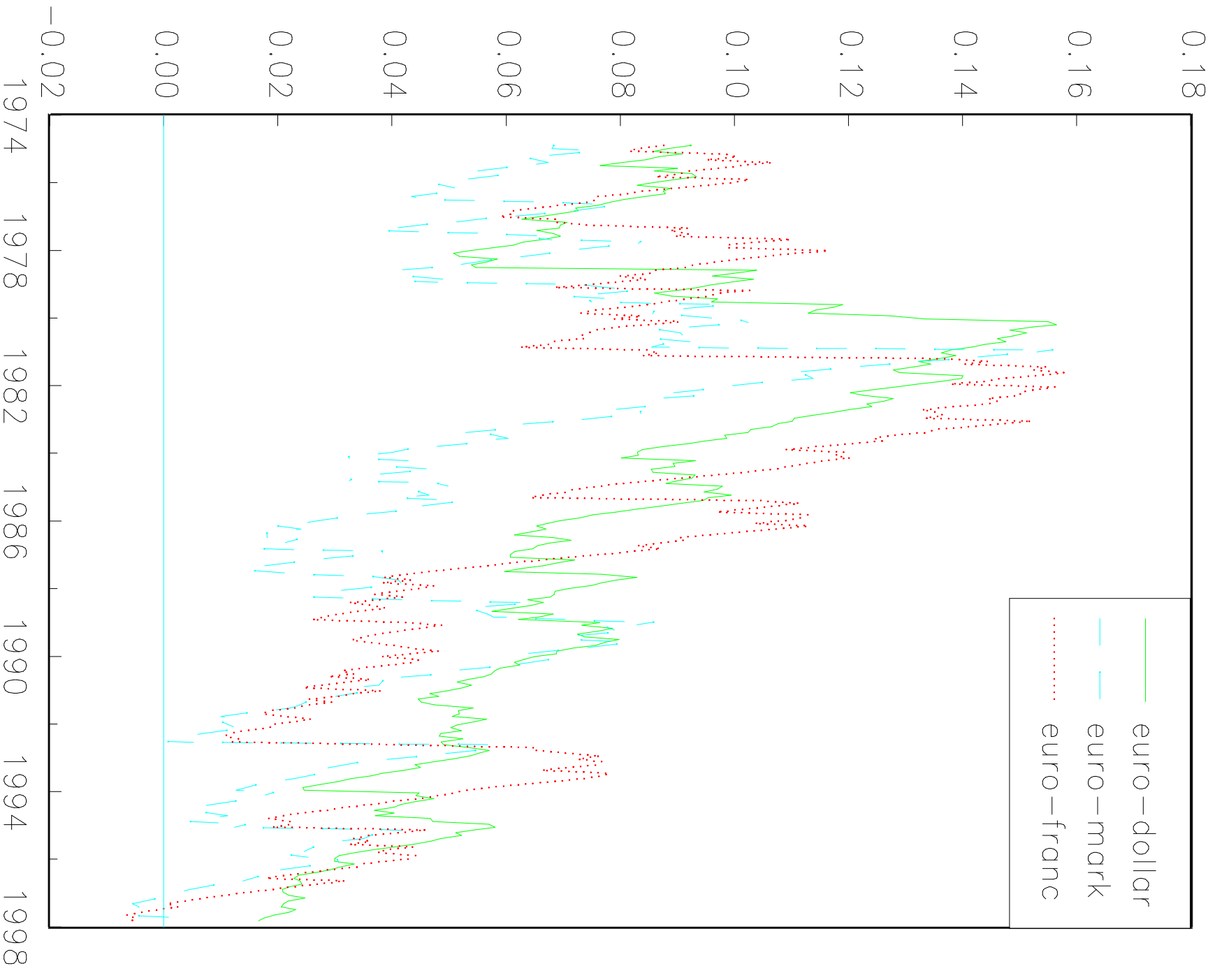
Graphique 1 : Exces de rendement et prime de portage a 1 mois  
euro-dollar



euro-franc



Graphique 2 : Primes de portage estimees



## Notes d'Études et de Recherche

1. C. Huang and H. Pagès, "Optimal Consumption and Portfolio Policies with an Infinite Horizon: Existence and Convergence," May 1990.
2. C. Bordes, « Variabilité de la vitesse et volatilité de la croissance monétaire le cas français », février 1989.
3. C. Bordes, M. Driscoll and A. Sauviat, "Interpreting the Money-Output Correlation: Money-Real or Real-Real?," May 1989.
4. C. Bordes, D. Goyeau et A. Sauviat, « Taux d'intérêt, marge et rentabilité bancaires: le cas des pays de l'OCDE », mai 1989.
5. B. Bensaid, S. Federbusch et R. Gary-Bobo, « Sur quelques propriétés stratégiques de l'intéressement des salariés dans l'industrie », juin 1989.
6. O. De Bandt, « L'identification des chocs monétaires et financiers en France: une étude empirique », juin 1990.
7. M. Boutillier et S. Dérangère, « Le taux de crédit accordé aux entreprises françaises: coûts opératoires des banques et prime de risque de défaut », juin 1990.
8. M. Boutillier and B. Cabrillac, "Foreign Exchange Markets: Efficiency and Hierarchy," October 1990.
9. O. De Bandt et P. Jacquinet, « Les choix de financement des entreprises en France une modélisation économétrique », octobre 1990 (English version also available on request).
10. B. Bensaid and R. Gary-Bobo, "On Renegotiation of Profit-Sharing Contracts in Industry," July 1989 (English version of NER n° 5).
11. P. G. Garella and Y. Richelle, "Cartel Formation and the Selection of Firms," December 1990.
12. H. Pagès and H. He, "Consumption and Portfolio Decisions with Labor Income and Borrowing Constraints," August 1990.
13. P. Sicsic, « Le franc Poincaré a-t-il été délibérément sous-évalué? », octobre 1991.
14. B. Bensaid and R. Gary-Bobo, "On the Commitment Value of Contracts under Renegotiation Constraints," January 1990 revised November 1990.
15. B. Bensaid, J.-P. Lesne, H. Pagès and J. Scheinkman, "Derivative Asset Pricing with Transaction Costs," May 1991 revised November 1991.
16. C. Monticelli and M.-O. Strauss-Kahn, "European Integration and the Demand for Broad Money," December 1991.
17. J. Henry and M. Phelipot, "The High and Low-Risk Asset Demand of French Households: A Multivariate Analysis," November 1991 revised June 1992.
18. B. Bensaid and P. Garella, "Financing Takeovers under Asymmetric Information," September 1992.

19. A. de Palma and M. Uctum, "Financial Intermediation under Financial Integration and Deregulation," September 1992.
20. A. de Palma, L. Leruth and P. Régibeau, "Partial Compatibility with Network Externalities and Double Purchase," August 1992.
21. A. Frachot, D. Janci and V. Lacoste, "Factor Analysis of the Term Structure: a Probabilistic Approach," November 1992.
22. P. Sicsic et B. Villeneuve, «L'Afflux d'or en France de 1928 à 1934», janvier 1993.
23. M. Jeanblanc-Picqué and R. Avesani, "Impulse Control Method and Exchange Rate," September 1993.
24. A. Frachot and J.-P. Lesne, "Expectations Hypothesis and Stochastic Volatilities," July 1993 revised September 1993.
25. B. Bensaid and A. de Palma, "Spatial Multiproduct Oligopoly," February 1993 revised October 1994.
26. A. de Palma and R. Gary-Bobo, "Credit Contraction in a Model of the Banking Industry," October 1994.
27. P. Jacquinet et F. Mihoubi, «Dynamique et hétérogénéité de l'emploi en déséquilibre», septembre 1995.
28. G. Salmat, « Le retournement conjoncturel de 1992 et 1993 en France une modélisation V.A.R. », octobre 1994.
29. J. Henry and J. Weidmann, "Asymmetry in the EMS Revisited: Evidence from the Causality Analysis of Daily Eurorates," February 1994 revised October 1994.
30. O. De Bandt, "Competition Among Financial Intermediaries and the Risk of Contagious Failures," September 1994 revised January 1995.
31. B. Bensaid et A. de Palma, « Politique monétaire et concurrence bancaire », janvier 1994 révisé en septembre 1995.
32. F. Rosenwald, « Coût du crédit et montant des prêts: une interprétation en terme de canal large du crédit », septembre 1995.
33. G. Cette et S. Mahfouz, « Le partage primaire du revenu: constat descriptif sur longue période », décembre 1995.
34. H. Pagès, "Is there a Premium for Currencies Correlated with Volatility? Some Evidence from Risk Reversals," January 1996.
35. E. Jondeau and R. Ricart, "The Expectations Theory: Tests on French, German and American Euro-rates," June 1996.
36. B. Bensaid et O. De Bandt, « Les stratégies "stop-loss": théorie et application au Contrat Notionnel du Matif », juin 1996.

37. C. Martin et F. Rosenwald, «Le marché des certificats de dépôts. Écarts de taux à l'émission : l'influence de la relation émetteurs-souscripteurs initiaux», avril 1996.
38. Banque de France - CEPREMAP - Direction de la Prévision - Erasme - INSEE - OFCE, « Structures et propriétés de cinq modèles macroéconomiques français », juin 1996.
39. F. Rosenwald, «L'influence des montants émis sur le taux des certificats de dépôts», octobre 1996.
40. L. Baumel, « Les crédits mis en place par les banques AFB de 1978 à 1992: une évaluation des montants et des durées initiales », novembre 1996.
41. G. Cette et E. Kremp, « Le passage à une assiette valeur ajoutée pour les cotisations sociales : Une caractérisation des entreprises non financières “gagnantes” et “perdantes” », novembre 1996.
42. S. Avouyi-Dovi, E. Jondeau et C. Lai Tong, «Effets “volume”, volatilité et transmissions internationales sur les marchés boursiers dans le G5», avril 1997.
43. E. Jondeau et R. Ricart, « Le contenu en information de la pente des taux Application au cas des titres publics français », juin 1997.
44. B. Bensaid et M. Boutillier, «Le contrat notionnel: Efficience et efficacité», juillet 1997.
45. E. Jondeau et R. Ricart, « La théorie des anticipations de la structure par terme: test à partir des titres publics français », septembre 1997.
46. E. Jondeau, « Représentation VAR et test de la théorie des anticipations de la structure par terme », septembre 1997.
47. E. Jondeau et M. Rockinger, « Estimation et interprétation des densités neutres au risque Une comparaison de méthodes », octobre 1997.
48. L. Baumel et P. Sevestre, « La relation entre le taux de crédits et le coût des ressources bancaires. Modélisation et estimation sur données individuelles de banques », octobre 1997.
49. P. Sevestre, “On the Use of Banks Balance Sheet Data in LoanMarket Studies : A Note,” October 1997.
50. P.-C. Hautcoeur et P. Sicsic, “Threat of a Capital Levy, Expected Devaluation and Interest Rates in France during the Interwar Period,” January 1998.
51. P. Jacquinot, «L'inflation sous-jacente à partir d'une approche structurelle des VAR: une application à la France, à l'Allemagne et au Royaume-Uni», janvier 1998.
52. C. Bruneau et O. De Bandt, « La modélisation VAR structurel: application à la politique monétaire en France », janvier 1998.
53. C. Bruneau et E. Jondeau, “Long-Run Causality, with an Application to International Links between Long-Term Interest Rates,” June 1998.
54. S. Coutant, E. Jondeau et M. Rockinger, “Reading Interest Rate and Bond Futures Options' Smiles: How PIBOR and Notional Operators Appreciated the 1997 French Snap Election,” June 1998.

55. E. Jondeau et F. Sédillot, «La prévision des taux longs français et allemands à partir d'un modèle à anticipations rationnelles», juin 1998.
56. E. Jondeau et M. Rockinger, "Estimating Gram-Charlier Expansions with Positivity Constraints," January 1999.
57. S. Avouyi-Dovi et E. Jondeau, "Interest Rate Transmission and Volatility Transmission along the Yield Curve," January 1999.
58. S. Avouyi-Dovi et E. Jondeau, «La modélisation de la volatilité des bourses asiatiques», janvier 1999.
59. E. Jondeau, «La mesure du ratio rendement-risque à partir du marché des euro-devises», janvier 1999.

Pour tous commentaires ou demandes sur les Notes d'Études et de Recherche, contacter la bibliothèque du Centre de recherche à l'adresse suivante:

For any comment or enquiries on the Notes d'Études et de Recherche, contact the library of the Centre de recherche at the following address:

BANQUE DE FRANCE  
41.1391 - Centre de recherche  
75 049 Paris CEDEX  
tél : 01 42 92 49 59